全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



经济管理学术文库 • 金融类

金融市场风险的定量分析和投资组合选择

Quantitative Research of the Market Risk in Finance and Portfolio Selection

徐永春 / 著



经济管理出版社
ECONOMY & MANAGEMENT PUBLISHING HOUSE

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net
理想藏书55188

河南科技大学专著出版资助项目



经济管理学术文库·金融类

金融市场风险的定量分析和投资组合选择

Quantitative Research of the Market Risk in Finance and Portfolio Selection

徐永春 / 著



经济管理出版社
ECONOMY & MANAGEMENT PUBLISHING HOUSE

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开
理想藏书55188

图书在版编目（CIP）数据

金融市场风险的定量分析和投资组合选择/徐永春著．—北京：经济管理出版社，2013．8
ISBN 978－7－5096－2607－8

Ⅰ．①金… Ⅱ．①徐… Ⅲ．①金融市场—金融风险—风险分析—研究 ②投资—组合分析—研究 Ⅳ．①F830．9 ②F830．59

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 193365 号

组稿编辑：杜 菲
责任编辑：杜 菲
责任印制：黄 铄
责任校对：超 凡

出版发行：经济管理出版社
（北京市海淀区北蜂窝 8 号中雅大厦 A 座 11 层 100038）
网 址：http：//www．E－mp．com．cn
电 话：（010）51915602
印 刷：北京京华虎彩印刷有限公司
经 销：新华书店
开 本：720mm×1000mm/16
印 张：14
字 数：276 千字
版 次：2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷
书 号：ISBN 978－7－5096－2607－8
定 价：45．00 元

·版权所有 翻印必究·
凡购本社图书，如有印装错误，由本社读者服务部负责调换
联系地址：北京阜外月坛北小街 2 号
电话：（010）68022974 邮编：100836

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

前　言

金融工程诞生于20世纪80年代，属于既有较高的理论性又有较强应用性的学科。它综合地应用数学模型、数值计算和仿真模拟等现代技术和方法设计，开发和实现创新的金融工具和手段，创造性地制订不同金融问题的解决方案。

受经济全球化和金融一体化以及技术创新和技术进步等因素的影响，金融市场的波动性和风险大为加剧，金融市场对金融工程师和金融工程技术人员的需求不断增加，金融建模与金融计算是一个金融工程技术人员的必备知识之一。

本书作为金融工程的一个重要研究方向，主要从微观视角对股票、债券、衍生金融工具等有价证券的风险评估、管理以及投资组合选择进行研究。考虑到金融工程学科在我国的发展情况，结合不同参考人员的学科特点、基础和要求，本书内容的选择和安排有以下特点。

1. 基础性和系统性：本书系统地介绍了金融市场常用的和常见的风险度量方法，体现在：一是从波动性、流动性的视角分类风险度量方法；二是在一致性和随机占优理论下评价风险；三是用于风险管理和控制的投资组合模型。

2. 先进性：在介绍基本模型的同时，尽可能多地介绍金融工程科学的最新研究成果和进展是本书的另一特点。条件风险价值（CVaR）作为金融风险管理和控制的一个新标准，在金融风险管理领域得到的重视程度越来越高，应用越来越广泛，本书给予详细估计和计算方法。在书中第七、八章介绍了金融衍生品的波动性和流动性风险度量，主要利用自回归条件久期（ACD）来构造模型。

3. 实用性：对每一个模型和计算尽可能安排案例，以举证和说明模型的应用，便于读者掌握模型、理解模型，并应用模型。

本书的体系结构：第一章　绪论及相关研究综述；第二章　投资组合选择的理论基础；第三章　投资组合风险度量方法的选择；第四章　考虑非线性交易费用的单期CVaR组合选择；第五章　均值—CVaR投资组合有效边缘的灵敏度分析；第六章　基于CVaR的多期投资组合管理；第七章　金融衍生品的波动性风险度量；第八章　金融衍生品的流动性风险度量；第九章　基于GARCH模型金融衍生品的定价；第十章　权证市场微观风险应对策略；第十一章　结论与展望。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



在河南科技大学经济学院的支持下，本书得以出版，同时，在本书的编写过程中，得到河南科技大学经济学院院长刘溢海教授、周武军教授、李芒环教授的支持和帮助，在此向他们表示深深的谢意。

鉴于我从事金融工程科学研究的时间不长，并限于自身水平，书中错误和不妥之处在所难免，欢迎批评指正。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

目　录

第一章　绪论及相关研究综述 …… 1

一、研究背景和意义 …… 1
二、相关研究综述 …… 4
三、研究思路与本书框架 …… 24
四、研究内容、研究方法和主要创新 …… 25

第二章　投资组合选择的理论基础 …… 29

一、不确定情形下的投资决策理论 …… 29
二、投资组合收益和风险的测度 …… 33
三、金融衍生品的风险度量理论 …… 45
四、权证定价理论发展历程 …… 51
五、本章小结 …… 55

第三章　投资组合风险度量方法的选择 …… 56

一、一致性风险测度理论 …… 57
二、随机占优理论 …… 66
三、基于均值—风险占优的投资组合选择理论 …… 70
四、基于双边风险测度的投资组合选择模型 …… 72
五、基于下偏风险测度的投资组合选择模型 …… 77
六、本章小结 …… 80

第四章　考虑非线性交易费用的单期 CVaR 组合选择 …… 83

一、投资交易费用 …… 83
二、基于 CVaR 的投资组合选择模型的性质 …… 84
三、复杂约束下的投资组合选择模型构建 …… 86
四、收益率情景生成 …… 91

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



五、单期 CVaR 投资组合选择模型的实证分析 …… 98
六、本章小结 …… 102
附录：样本股的统计性检验及参数估计 …… 103

第五章 均值－CVaR 投资组合有效边缘的灵敏度分析 …… 108

一、均值－CVaR 投资组合边缘相关问题 …… 108
二、资产数量减少时 M－CVaR 投资组合有效边缘的灵敏度分析 …… 112
三、资产数量增加时 M－CVaR 投资组合有效边缘的灵敏度分析 …… 114
四、本章小结 …… 116

第六章 基于 CVaR 的多期投资组合管理 …… 118

一、长期投资组合选择问题 …… 118
二、多阶段资产组合管理模型 …… 126
三、模拟情景树的生成 …… 129
四、固定混合策略下的多阶段投资组合管理模型 …… 132
五、有初始资金的组合选择模型的实证分析 …… 137
六、本章小结 …… 143

第七章 金融衍生品的波动性风险度量 …… 144

一、权证市场波动性影响因素的理论诠释 …… 144
二、权证市场波动性特征梳理与预测模型构建 …… 146
三、基于中国权证市场的波动性模型实证分析 …… 149
四、本章小结 …… 154
附录：各只权证 ACD 簇模型参数估计指标 …… 155

第八章 金融衍生品的流动性风险度量 …… 158

一、流动性的相关概念 …… 158
二、流动性和流动性风险的度量 …… 159
三、流动性的估计模型 …… 163
四、基于中国权证市场的流动性模型实证分析 …… 167
五、本章小结 …… 175
附录：各只权证 ACD 簇模型的参数估计 …… 176

第九章 基于 GARCH 模型金融衍生品的定价 …… 178

一、波动率视角的权证定价问题 …… 178

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



二、基于 GBM 的权证定价模型构建 …… 179
三、美式期权定价模型 …… 181
四、权证市场定价的实证分析 …… 182
五、本章小结 …… 188

第十章 权证市场微观风险应对策略 …… 190

一、权证市场波动性风险应对 …… 190
二、权证定价风险应对 …… 191
三、权证市场流动性风险应对 …… 193

第十一章 结论与展望 …… 195

一、本书主要研究内容与结果 …… 195
二、进一步研究的问题 …… 198
三、关于权证发展的政策意见 …… 199

参考文献 …… 202

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第一章 绪论及相关研究综述

一、研究背景和意义

（一）研究背景

“不要把鸡蛋全放在一个篮子里”的谚语在现代投资组合选择理论出现之前就已经存在，这一朴素的理论充分反映了分散化投资的重要性。但这些理论由于仅是定性的描述而无法在实践中据此做出规范的投资决策。

1952 年，Markowitz 提出的投资组合选择理论标志着现代金融学的开端，奠定了现代投资理论发展的基石。Markowitz 的投资组合理论认为通过分散投资，进行投资的多样化可以有效地管理和控制市场的非系统风险，并第一次对证券投资中的风险因素进行了正规的阐述。他注意到一个理性的投资者不仅希望“收益高”，而且希望“收益尽可能确定”。这意味着在投资者寻求“预期收入最大化”的同时追求“收益的最小不确定性”，在期初进行投资决策时必然力求使这两个相互制约的目标达到某种平衡。Markowitz 分别用期望收益率和收益率的方差来衡量投资的预期收益水平和不确定性（风险），建立了均值—方差模型来阐述如何全盘考虑上述两个目标，从而进行决策。对于给定的收益率，可以通过最小化证券组合的方差而使风险最小；或者，对于给定风险容忍水平，可以通过最大化投资组合的期望收益而使收益最大。Markowitz 的均值—方差模型给出了投资决策的最基本、最完整的分析框架，阐明了确定投资组合有效边缘的方法，也开创了定量化度量风险的先河，使人类在风险的定量描述和投资组合选择理论方面大大地迈进了一步。

1952 年以后，分散化投资策略作为一种有效控制金融风险的手段就一直成为现代金融研究领域的一个热点问题，Markowitz 的模型在金融市场风险管理中得到了广泛应用，尤其是在资产配置方面。此后随着各种风险度量方法的出现。投资组合选择理论不断发展，各种模型层出不穷。考虑各种实际约束的投资组合

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

选择模型得到了广泛的应用。并且，投资组合选择理论从单期静态模型也发展到多期动态模型，被应用到如养老金管理、社保基金管理等长期金融计划问题中，起到了控制风险保障收益的目的。

在分散化投资组合中，以投资组合收益的期望来测度投资组合的收益，学术界并没有什么争议。但是用方差来测度投资组合收益的风险，学者们提出了许多异议。因为随着研究的深入，发现用方差来测度风险存在许多缺陷，学者们尝试使用不同的风险测度指标并建立相关模型。不可否认的是，风险测度指标的选取直接影响投资组合的性质和投资效果，因此，选取恰当的风险测度指标，既能达到准确度量投资组合的风险，又能比较容易地进行最优的投资组合选择是风险管理者和投资者面临且必须考虑的问题。

对于众多的风险测度指标，哪一个才能有效地测度投资组合风险？这是需要进一步研究的问题。Markowitz 首先用方差测度投资组合收益风险，但不久便认识到用方差来测度风险存在许多不足，Markowitz（1959）提出了使用半方差代替方差作为风险的度量。但计算比较复杂。Konno（1990）与 Konno 和 Yamazaki（1991）提出用平均绝对偏差（MAD）来测度风险，并构建投资组合选择模型。Ogryczak 和 Ruszcznski（1995）证明在 MAD 有效前沿上的投资组合与根据二阶随机占优的有效投资组合相一致。Bawa（1975）提出了下偏距（LPM）风险测度指标。Harlow（1991）使用低位距（LPMs）作为风险测度来研究投资组合选择问题。Group of Thirty（1993）建议用 VaR 模型来管理和控制资产组合的风险。作为 VaR 的改进，Rockafellar 和 Uryasev（2000，2002）提出以 CVaR 来测度投资组合的风险。

目前，大量的研究集中于如何构造一个风险测度指标，以进行风险（包括市场风险、信用风险）的有效计算，以及如何基于给定的风险指标有效地实现投资组合的最优选择。在风险度量指标选择方面和投资组合动态调整方面研究得相对较少。本书将对风险度量指标如何进行选择，针对实际市场环境和经济问题下的单期投资组合选择和多期投资组合管理，以及金融衍生品的风险管理问题进行深入细致的研究。

（二）研究意义

本书主要通过深入讨论各种风险测度理论，并在这些理论框架下考察各种风险度量指标，考察关于 CVaR 的单期投资组合选择问题和多期投资组合管理问题，以及以权证为研究对象的金融衍生品的风险管理问题。

对投资组合风险测度方法的研究，不能仅停留在定性的主观判定上，而是从定量、投资者心理、风险的偏向等多方面进行探讨。在投资实践中，风险测度理

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



论给出一个良好的风险测度指标应该满足什么样的基本性质。如一致风险测度理论认为，“一致性”要体现在它和风险管理者的风险偏好是一致的，所以良好的风险测度指标应该满足四条公理：单调性、平移不变性、正齐次性以及次可加性，根据一致性风险测度理论，标准差不满足单调性，下偏距不满足平移不变性，VaR 在通常情况下不满足次可加性，因此它们都不是一个性质良好的风险度量指标。相比之下，CVaR 满足次可加性，是一致性风险测度。在随机占优理论框架下评价一个风险测度指标的优劣，是将风险测度指标与投资者的风险偏好联系起来，看其是否与期望效用最大化目标相一致。如果某一风险测度指标与一阶随机占优相一致，说明采用这一测度的投资者具有非满足性，若与二阶随机占优相一致，说明采用这一测度的投资者具有风险厌恶性，也就是基于该指标的最优组合选择与风险厌恶型投资者的决策相一致。在谱风险测度理论框架下，一个优良的风险测度指标必须能够很好地测度投资组合收益分布的尾部风险，那么 CVaR 就不算性质良好的风险测度指标，因为只有在投资者呈风险中性时，CVaR 才能很好地刻画组合收益的尾部风险。

风险测度理论为分析和判断风险测度指标的优劣提供了理论支撑，同时也可根据风险测度理论构建新的风险测度指标。文中主要对一致性风险测度理论和随机占优理论做全面的分析，有助于深入研究现有的风险测度指标，也有助于开发出更好的、符合实际的风险测度指标。

对于风险管理者和投资者来说，选择优良的风险测度指标，不仅能达到准确测度投资组合的风险，还要能够较容易进行最优的投资组合选择和决策，因此要求风险测度指标具有上述良好的理论性质。由于风险测度的性质对投资组合选择模型的性质有极大的影响，一个良好的投资组合选择模型首先应具备相对比较好的理论性质，如模型中风险测度指标能够反映投资者对待风险的感受，具有可以合理地分散和降低风险相一致的分散化策略，能得到二阶随机占优有效的最优解。另外，投资组合选择模型必须容易扩展，易于求解。由于是不确定性决策，可能随时向模型中增加约束条件，如果不增加求解难度，需要模型中风险函数最好是凸函数，或者模型能够转化为线性规划模型。本书通过模型是否具有良好理论性质、易构建及易扩展作为标准来评价各种投资组合选择模型。

书中主要探讨基于 CVaR 的投资组合选择模型。相对于其他投资组合选择模型，CVaR 模型具有良好的理论性质、易扩展。在考虑线性交易费用情况下，模型可以转化一个线性规划问题；若是非线性交易费用，在一定条件下可以转化为凹规划问题，均可以有效地求解。此外，CVaR 与 VaR 关系紧密，在求解得到投资组合的 CVaR 值的同时也能得到 VaR 值，由于 VaR 不具有次可加性、非凸和多极值等，所以 VaR 主要应用于风险管理领域。由于 CVaR 弥补了 VaR 的缺点，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

同时具有 VaR 的优点，因此 CVaR 适用于投资组合选择。

书中也对权证的微观风险度量进行了研究，目的是可以进一步地了解中国权证市场的微观结构特征，不过如果只利用常规的低频数据难以准确度量市场的微观特征，还需要一定量的高频交易数据。分析表明，利用权证的高频交易数据对于权证的波动性、定价和流动性的研究有着优良的特性，通过本书的研究，拓展了对权证微观市场结构的研究手段。

中国的权证市场尽管起步较晚，但发展较快。2006 年国内权证市场的总市值已达 290 亿元，规模同比增长接近 4 倍，权证成交金额超越德国和中国香港成为全球第二，即将成为全球规模最大的权证市场。由于发展时间过短，在这迅猛的发展过程中，存在许多问题，如定价机制不合理、投机气氛浓厚、产品种类单一、数量少等。也出现了如宝钢权证价格剧烈波动、南航创设风波等诸多问题，市场经过几年的蛰伏，在不断完善市场机制、不断提高市场效率的基础上，管理层于 2012 年 6 月发布公告，上证所即将推出 ETF 及个股的期权模拟交易，首批挂牌合约标的证券为上证 50ETF 和工商银行，交易方式为欧式期权。可以预见，权证市场的繁荣即将到来。

本书对基于 CVaR 模型的单期和多期选择问题做了深入的讨论，以满足投资实践的要求。本书对机构投资者的一次性资产配置、养老金计划以及保险的风险管理都有一定的参考价值；对金融衍生品的风险特性的研究，对认识中国权证市场的微观风险有重要的理论意义；同时也可以为管理层提供基于微观结构层面的政策意见，指导市场参与者确定投资方向，为市场上融资者提供更多的融资手段，可以促进未来的中国权证市场健康、稳定、快速地发展。

二、相关研究综述

（一）风险测度的文献综述

1. 国外有关风险测度的研究

自 20 世纪 70 年代布雷顿森林体系崩溃以来，由于全球范围内汇率、利率、股票价格和商品价格呈现出高度波动性，市场风险成为金融机构面临的重要风险。目前关于金融市场风险常用的度量方法主要有两大类：一类是包括方差、半方差、绝对偏差等基于资产损益分布的期望值的偏差度量方法，即波动性方法。另一类是包括 VaR、CVaR、ES、WCE、TC 等基于资产损益分布的尾部度量或分位点度量方法，即风险值方法。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

波动性方法描述了收益偏离其平均值的程度。常用的波动性方法包括 Markowitz 于 1952 年提出的方差法和 1959 年提出的下半方差法，Konno（1990）提出的绝对偏差法，Harlow（1991）提出的下偏距法等。波动性方法虽然是有效的风险测度方法，在一定程度上能够测度金融资产价格的变化程度，但也存在一些缺点：①它只描述了收益的偏离程度，而没有给出偏离方向，而负偏离往往是风险管理者最为关注的。虽然下半方差和下偏矩方法描述了偏离方向，但它们的统计性质比较差，不易处理。②波动性没有明确指明投资组合的损失到底有多大，而且仅仅依靠波动性来对整个损失的未来分布进行估计是不可靠的，尤其是当投资组合损失不服从正态分布时。这样看来，投资组合市场风险的测量，应该通过投资组合收益的概率分布进行描述，这就导致了市场风险测量 VaR 方法的产生。

VaR 是指一定概率水平下，投资组合在未来持有期内的最大可能损失。它是由 30 集团（Group of Thirty，1993）提出的测度投资组合总体风险的有力工具①。VaR 作为一种衡量资产下方风险的方法，自出现以来得到了广泛关注，对 VaR 的研究出现了前所未有的高潮。介绍 VaR 的文章和书籍也大量出现，使人们对 VaR 理论及应用有了更深的认识。Stambaugh（1996）总结了使用 VaR 模型的优点，VaR 模型由于能够提供衡量市场风险的实用指标，不仅便于金融机构进行风险管理，而且有助于监管部门进行有效监管而得到广泛应用。同时 VaR 方法在资产配置和投资组合选择方面也获得了不少应用。如 Lucas（1998）研究了以 VaR 值为风险控制，最大化投资组合的期望来构建最优的投资组合。Campell（2001）研究了基于 VaR 约束的资产配置问题。

虽然 VaR 是一个很好的风险测度方法，且巴塞尔银行监管委员会已经于 1996 年要求把 VaR 作为各商业银行内部风险管理模型的基础。但是 VaR 不具有次可加性、凸性，且不能反映超过 VaR 值的极端损失发生的大小，不具有对风险测度的一致性。Artzner（1999）指出了 VaR 存在一些理论上的不足：一方面，VaR 只是测度了收益损失分布的分位数，没有考虑 VaR 水平以上的任何损失，存在尾部风险。因此当损失分布存在厚尾现象时，会严重低估风险。另一方面，VaR 不满足次可加性。Embrechts（2000）指出只有在资产收益服从联合椭圆分布时，VaR 才满足次可加性。VaR 的非次可加性意味着组合多样化可能导致风险的增加，资产组合可能达不到分散和降低风险的效果。同时，Rosen（1999）指出，通常情况下得到 VaR 相对于投资组合的头寸而言是非凸的，因此 VaR 很难应用于投资组合选择，并且可能会导致很多局部最优解。

VaR 的计算主要有三种方法，即参数法、历史模拟法和随机模拟法。无论采

---

① Group of Thirty. Derivatives Practives and Principles［D］. International Swaps and Derivatives Association, 1993, 12（3）.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

用哪种方法，资产收益率的方差（或标准差）估计的准确与否直接关系到 VaR 计算的准确程度。Beder（1995）曾用多种方法对三种资产组合进行了 VaR 的估计测定，结果发现不同的方法计算的结果差别很大，这也说明了方差估计受多种参数的影响，可能还具有时变的特征，因此 VaR 的准确计算比较困难。

针对 VaR 的种种不足，很多学者（如 Szego，1998）认为 VaR 并不是一个很好的风险测度，促使人们寻求性质更好的风险测度指标。因此，Artzner 等（1999）在 *Mathematical Finance* 杂志上提出一致性风险测度的公理化体系，即满足平移不变性（Translation Invariant）、正齐次性（Positive Homogeneity）、次可加性（Subadditive）、单调性（Monotonicity）的风险测度称为一致性风险（Cohesive Risk）测度。不过，正齐次性公理和次可加性公理要求过于严格，为此，Schied（2002）提出了较弱的凸性公理，并把满足平移不变性、单调性和凸性公理的风险测度称为凸风险测度（Convex Risk Measure）。

由于一致性风险测度能保证对于不同的风险有不同的值相对应，并且风险大的投资组合的度量值大于风险小的投资组合的度量值，相同的风险则度量值相同。一致性风险度量方法的优点在于它与分散化策略可以合理地分散和降低风险相一致，且风险函数是凸函数，易于设计和应用有关最优化的方法和技术进行投资组合的最优选择。在一致性风险测度的基础上，Acerbi（2002）提出了谱风险测度理论，它是在条件 VaR 的基础上扩展的一致性风险测度，该理论要求风险测度指标具有良好的风险谱密度，以刻画风险管理者的主观风险偏好。

目前，基于损失分布的尾部风险度量包括尾部条件期望（Tail Conditional Expectation，TCE）、最坏条件期望（Worst Conditional Expections，WCE）、条件风险价值（Conditional Value at Risk，CVaR）、尾部均值（Tail Mean，TM）和期望损失（Expected Shortfall，ES）。在损失分布连续时，这些风险度量是等价的，而且它们都满足一致性要求。如果损失分布是离散的，那么哪一个是一致性风险测度还没有明确的结论。这些风险测度的具体的定义和它们之间的关系见第二章分析。

条件风险价值（CVaR）是在 1997 年被提出的。Pflug（2001）证明了 CVaR 具有次可加性、正齐次性、凸性、单调性以及对于风险测度的一致性。CVaR 的一个最大优点就是在构造最优投资组合选择模型时，可以将风险函数 CVaR 用一组线性不等式代替，因此导致了原来的非线性函数变为线性函数，简化了问题求解的难度。虽然目前 CVaR 没有 VaR 那样流行，但是 CVaR 已经被成功地来度量和管理市场风险、信用风险，并被应用于保险领域。

随机占优理论广泛应用在经济和金融理论中，通常用来处理不确定结果的比较，如对投资组合风险偏好进行排序。因此，理论上可以在随机占优理论下讨论

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

风险测度指标。随机占优理论最初是由 Fishburn（1964）提出来的。作为对 Markowitz 理论的改进，随机占优理论对离散状态随机变量的风险厌恶偏好给出了一套公理化体系。Hanoch 和 Levy（1969）、Rothschild 和 Stiglitz（1970）把随机变量的分布推广到更一般的场合，Levy（1992）做了一个很全面的综述，为随机占优理论的进一步发展奠定了基础。此后 Yong 和 Wang（1998）提出了对偶随机占优理论，Ruszczynski（2002）在对偶随机占优理论下讨论了风险测度指标的性质。由于随机占优理论以随机变量的 k 阶卷积分布函数的逐点比较来作为选择的依据，因此可以通过考察风险测度指标给出的选择，与随机占优给出的选择是否相一致，若选择满足相一致，则该指标是与随机占优一致性风险测度。实际上在随机占优理论框架下评价一个风险度量优劣就是看其是否与期望效用具有一致性。Ruszczynski（2002）研究了多种风险测度指标的随机占优一致性。

2. 国内风险测度的研究

国内学者对风险测度的研究可分为两个阶段：第一阶段是了解学习阶段，主要着重对风险的概念、方法的介绍；第二阶段是把相关的风险测度方法进行改进，并实际应用于国内市场。高全胜（2004）介绍了一些常用的风险测度方法和它们的优缺点，讨论了一致性风险测度的公理化方法及该方法的经济意义。刘俊山（2005）在一致性风险测度下对 VaR 和 CVaR 进行了比较，指出了 CVaR 的性质优于 VaR，但实践中，CVaR 未必优于 VaR。王爱民（2005）定义了基于标准的风险测度，即需要满足一致性风险测度四条公理以及隶属性和有效性，并指出这种方法能够充分体现风险的本质和特征。许鑫慧（2005）在一致性风险测度下分析了 VaR 和 ES，同时给出了 ES、CVaR、TCE 和 WCE 之间的关系。张晓蓉（2006）介绍了一致性风险测度、谱风险测度和扭曲风险测度，但没有深入研究。刘志东（2006）在分析方差度量风险存在缺陷的基础上，根据一致性风险度量理论和随机占优理论，对各种风险度量进行评价。文平（2006）分析了一致性风险测度理论存在的不足，指出正齐次性公理忽略了头寸的流动性风险，平移不变性仅对风险资本是适用的。刘俊山（2006）深入研究了风险的谱风险测度理论，得出其有效边缘，同时与均值—方差有效边缘做了比较。胡德焜（2006）提出了一种新的一致性风险测度——相对风险价值，该方法在风险控制、保险、最佳估计等方面有直观的意义，较好地弥补了风险价值的理论缺陷。何信（2003）以一致性为标准，分析和证明了动态风险度量的一致性，并指出它在实际应用中为多期风险度量方法提供了理论依据。安实（2007）给出了时间持续性动态风险度量方法（DVaR），并对 VaR、CVaR 和 DVaR 方法进行实证比较。

高飞（2002）讨论了不确定决策下的随机占优理论，阐述了随机占优和风险测度之间的关系，并用二阶随机占优理论对绝对偏差、方差和半方差等风险度量

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的合理性进行论证。唐爱国和秦宛顺（2003）提出了基于 RDEU 模型（Rank - dependence Expected Utility）的广义随机占优理论，并给出了高阶期望损失函数 $ES^{(n)}$，同时实证说明了 $ES^{(n)}$ 作为风险管理工具可以增强风险监管的有效性。舒建平（2004）提出了风险度量方法的组合偏差模型，并实证了风险度量与投资者所选的交易策略有关。王志诚（2006）给出了风险管理的几个热点问题，梳理了风险度量技术发展方向。

（二）投资组合选择理论的文献综述

1. 国外投资组合选择理论的研究

随着风险度量技术的发展，各种基于风险度量方法的风险控制策略也得到了很大的发展，一个重要的方面是投资组合选择问题。相关的研究工作主要集中在下面两个方向：一是从理论的角度讨论投资组合选择模型，即讨论模型给出的投资组合是否与理性投资者期望效用最大化的投资组合相一致，或者是否与随机占优相一致。二是从实用的角度讨论投资组合选择模型。理论上，投资者在有效投资组合集中方面，会选择使其期望效用最大的投资组合，不过反映投资者风险收益偏好的效用函数很难确定，此外，不同投资者往往具有不同的效用函数，通常情况下不可能得到像 MV 理论那样明确的有效边缘，因此期望效用最大的组合选择很难实际应用。理论上，随机占优理论利用概率分布的整体性质，可以对投资组合资产进行筛选排序，因此可以用来构造投资组合选择模型，Levy（1992）阐述了这一思想。不过由于应用随机占优对不同投资组合进行选择时，需要逐点比较来进行选择，这在实际应用中难以实现。Dentcheva 和 Ruszczynski（2003）利用 CVaR 风险度量方法与二阶随机占优具有一致性，在情景离散化前提下，可以将随机占优约束转化为 CVaR 约束，模型也相应地转化为线性规划问题，由于是大规模问题，求解比较困难。

尽管可以用效用最大化原则和随机占优原则来构造投资组合选择，但在投资实践中都有一定的困难。因而效用最大化原则和随机占优原则主要用于理论分析，不过均值风险占优模型广泛地用于投资实践中。传统的均值风险占优模型包括 Markowitz 的均值—方差模型（即 M - V 模型），其中投资组合的风险用方差度量，这个模型是一个凸二次规划模型，现有许多优化方法都可以求解，如有效集方法。另一个是 Konno（1991）提出的均值—绝对偏差模型（即 MAD 模型），其中风险用绝对偏差表示，这个模型经过转化是一个线性规划模型，对于大规模投资组合选择问题，可以用内点算法求解它。Konno 证明了当所有资产未来收益率服从联合正态分布时，投资组合的绝对偏差和标准差只差一个常数，因此这种情况下 M - V 模型和 MAD 模型没有本质差别，它们所确定的最优投资组合是相同

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的。不过 M－V 模型和 MAD 模型都存在着不少缺陷，如 Porter（1972）指出 M－V 模型给出的最优组合选择可能与随机占优理论不一致。Rom 和 Ferguson（1994）指出了 M－V 模型的收益分布的假设及以方差为风险测度都不符合实际的经济意义。此外，M－V 模型的计算也有一定难度。为了减少 M－V 模型参数估计的计算量，Sharp（1963）给出了投资组合的指数模型。相比之下，MAD 模型的求解要容易一些，适合大规模投资组合选择问题。不过 MAD 指标不能描述收益分布的尾部风险，也不能很好地反映投资者的风险厌恶特征。

实际中，M－V 模型对投资组合收益的正态分布假设往往并不满足，即收益率分布可能不对称。在这种情况下，具有相同均值和方差的投资组合可能有不同的偏度，而偏度大的投资组合可能有较大的收益。针对收益分布的非对称性，Konno 和 Suzuki（1995）给出了均值—方差—偏度模型。此外，该方差把均值以上的波动也视为风险，违背了投资者对风险的认识，因此，Bawa（1975）和 Fishburn（1977）给出了下偏距（LPM）为风险度量的投资组合选择模型，不过模型的参数难以确定，模型也不容易求解。

自从 Pflug（1999）提出 VaR 风险度量方法以后，大量的基于 VaR 的投资组合选择模型随之出现，通常称为均值—VaR 模型，简称 M－VaR 模型。在传统的均值—方差（或者绝对偏差模型）投资组合选择理论体系下，认为分散化投资只能有效地降低非系统性风险，而对系统性风险的降低作用不明显。而 VaR 作为总体风险度量工具，基于 VaR 的投资组合选择理论告诉投资者分散化投资可以有效地降低投资组合的总风险。而不再细分系统性风险和非系统性风险。目前对 M－VaR 的研究成果比较丰富。Alexander（2002）等提出了一个 M－VaR 模型，通过分析比较 M－V 模型与 M－VaR 模型的有效边缘的区别，得到了置信水平不小于某个门限值时，M－VaR 有效边缘存在；当置信水平趋于 1 时，M－VaR 有效边缘趋于 M－V 有效边缘。但是 VaR 也存在许多不足，如 VaR 作为投资组合头寸的函数，往往具有非凸的特性，因此可能是多极值问题。另外，Rockafellar 和 Uryasev（2000）指出 VaR 在通常情况下不满足次可加性条件，Hurlimann（2002）指出 VaR 仅与一阶随机占优相一致。针对 VaR 的不足，Rockafellar 和 Uryasev（2002）、Acerbi 和 Tasche（2002）提出了条件风险价值 CVaR 作为对 VaR 的一种修正，并给出了基于 CVaR 的投资组合选择模型。由于 CVaR 具有次可加性和二阶随机占优一致性，且可以用线性规划方法求解，这给 CVaR 的实际应用提供了极大的方便。以 CVaR 作为风险测度来研究投资组合选择的工作已经广泛展开。Topaloglou（2002）给出了通过 CVaR 模型研究资产配置问题。Alexander 和 Baptista（2004）将 CVaR 应用于证券组合选择问题。Ogryczak 和 Mansini（2006）提出了基于多重 CVaR 的投资组合选择模型，并总结

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

了其他能够转化为线性规划问题的投资组合选择模型。Angelelli（2007）运用实际数据对 CVaR 模型和 MAD 模型进行实证比较，发现 CVaR 模型的求解需要更多计算时间。

在上述提及的这些模型中，许多模型考虑了证券市场的一些实际要求，如交易费用，卖空限制、整数要求等。但这些模型属于静态投资组合模型。随着金融市场的进一步发展，参与金融投资的人员和机构越来越多，对金融服务的需求也越来越高，在投资组合选择和管理方面，静态的投资组合模型已经不能满足实际需求，而是需要能够提供长期金融计划的具体实施方案。因此，动态的投资组合管理模型应运而生。如果假定交易可以连续进行，这样的长期投资组合管理问题被称为动态投资组合管理，如果交易只能在离散的时间点上进行，那么这样的长期投资组合管理问题被称为多阶段投资组合管理。动态的投资组合管理最著名的文献就是 Merton（1992）的《连续时间金融》一书。实际操作中遇到的大部分是多阶段投资组合管理问题，Mulvey 和 Paining（2003）、Sheriy（2004）提出了多阶段资产负债管理模型的基本框架，很多应用问题都是这个模型的具体化。Mulvey 和 Paining 的基本框架中有三类目标函数：一是到调整期结束时投资者财富的最大化；二是经典均值方差加权平均最大化；三是扩展了的期望效用模型，即模型的目标函数不仅要求计划期末的财富，还要考虑中间的过程。这样，模型目标既反映了中间的结果，又反映了实现目标财富的途径。在不确定性条件下进行决策的多阶段投资组合管理模型里，经常要面对的问题是用合适的数量模型来描述这种不确定性。通常采用情景生成的方法来模拟未来的不确定性，资产配置的有效性主要与它所依赖的情景生成预测的质量有关。

Klaassen（1998）把未来情况的不确定性（如负债支付的规模和证券收益）以一个离散事件树的随机过程来描述，提出应用聚集方法对不确定性进行近似描述。Dupacov 等（2000）和 Hoyland（2001）提出了一种非线性规划方法，既能生成有限个离散结果，同时又能满足制定的统计特性。Klaassen 举例说明了只要利用统计特性，Hoyland 等提出的方法就能导致情景树中的套利机会；还说明了决策者是如何通过验证线性方程组解的存在，对情景树中套利机会的存在进行事后检验的；对如何解决情景树中的套利机会，Klaassen 提出可以通过在 Hoyland 等的非线性规划问题中添加约束条件的方法在事前加以避免。Gulplnar 等（2004）不仅考虑了和程序相匹配的一些矩变量，给出了这些方法的执行结果，还考虑了随机生成的情景，并特别研究了基本的整体最优化程序及其非严格变量，如顺序最优化，此外，还研究了一种模拟和优化相结合的混合方法。随机规划对于分析长期风险在财务计划组合中的管理问题是理想的。随机优化的本质就是模拟随机情景。理想构建的情景应包括所有的可能范围：该情景在风险分析框架内既包括

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

乐观情景又包括悲观情景。情景产生的关键在于根据经济因素所建模型输入参数的估计。Mulvey 等（1999）采用整体参数估计方法，这个方法在非凸的多种目标函数最优化的情况包括其各种估计方法的重要特征，用客观权重来控制特征的相对重要性，解决非凸的最优化问题使用的是适应记忆规划方法。Kim（2006）提出了一个基于事件树的随机抽样方法，这种方法非常适合于资产负债管理的多阶段随机规划模型描述，能够抓住不确定环境下资产负债管理随机规划的本质特征，即事件树二项网格的继任特点。Mulvey 等（2003，2004）对多期和单期的投资组合模型进行了对比，总结了多阶段投资组合模型的优点，尤其是对长期投资者来说。多阶段投资组合模型可以提高在风险调整方面的能力，并帮助投资者估计把资产和负债策略结合达到自己财务目标的概率有多大。这样一个多阶段模型包括三个基本要素：一个随机生成器（A Stochastic Scenario Generator）、一个策略规则模拟器（A Policy Rule Simulator）和一个优化模块（An Optimization Module）。它的应用领域可以是养老金计划、保险的风险管理、对冲基金和个人投资者的资产配置等。该模型还描述了多期投资组合选择的应用，概括出任何多期投资组合模型都包括三个部分：投资期、未来不确定性的产生方法和用来制定决策的对策，并指出了未来的研究方向。

2. 国内投资组合选择理论的研究

国内学者对投资组合选择问题的研究也比较深入。唐小我和马永开（2003）在《现代组合预测和组合投资决策方法及应用》一书中，系统分析了均值—方差模型，并对模型的求解进行了重点研究。徐成贤等也对投资组合选择模型做了大量的研究，研究成果反映在《优化金融学》（2003）、《金融工程—计算技术与方法》（2007）等著作中。刘小茂等在 2004 ~ 2007 年的 4 年间，发表了许多与 VaR、CVaR 有关的文献，讨论了基于 VaR 和 CVaR 约束下的投资组合选择和管理问题。

张金清等（2004）考察了 VaR 计算模型中的反问题，提出并论证了非传统理性条件下风险偏好度量方法，进而分析非理性条件下的投资者风险偏好与投资组合选择问题。高全胜（2005）、荣喜民（2005）等研究了基于 VaR 的投资组合选择模型，给出了正态分布下 M - VaR 有效边缘。秦旭（2006）研究了利用 VaR 模型进行套期保值。杨楠（2007）研究了 VaR 在房地产风险管理应用方面的问题。李宏杰（2008）研究了含有交易成本的均值—VaR 投资组合管理问题。

国内对 CVaR 方法的研究最早始于陈金龙和张维（2002），他们研究了关于 CVaR 的投资组合选择模型，并将其与 Antonio 提出的投资组合统一模型联系起来，分析并指出它们之间具有密切的联系。李选举等（2004）研究了考虑线性交易费用的 CVaR 投资组合选择问题，同时给出了模型的验证方法。黄向阳等

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（2004）研究了利用随机模拟法计算 CVaR 的投资组合优化模型，王树娟等（2005）利用 GARCH 方法对 VaR 和 CVaR 模型进行研究，并给出了实证分析。李子奈等（2005）在假定益损函数为非线性情况下，研究了 M – CVaR 模型在银行的利润率和风险资本储备率上应用的问题。刘志东（2006）利用了 Copula – GARCH – EVT 方法分析了 CVaR 的投资组合优化模型，同时给出了求解算法。

田新民（2004）、李婷和张卫国（2006）研究了正态分布假定下的 M – CVaR 投资组合有效边缘问题，刘俊山（2007）研究了椭圆分布假定下的 M – CVaR 有效边缘，并与 M – V 模型进行了比较。曹静（2006）研究了正态情形下的 M – CVaR 模型的两基金分离问题。研究基于 CVaR 投资组合选择模型的还有陈剑利（2004）、方毅（2004，2007）、文凤华（2005）等。可见，国内有不少关于 CVaR 投资组合选择的研究。

汪贵浦（2003）给出了基于 Harlow 下偏矩投资组合选择模型，并提出了该模型的合适求解方案。沈春芳（2006）在考虑交易费用的情形下，改进了基于 Harlow 下偏矩投资组合选择模型。邓勇（2007）分析了随机占优与均值—K 阶下偏距准则的一致性关系。对下偏矩（LPM）的研究还有万上海（2008）和张维（2008）等。徐绪松（2005）对绝对偏差模型和半方差模型进行实证分析，发现半方差优于均值—方差模型和绝对偏差模型，绝对偏差模型由优于均值—方差模型。胡支军（2006）对半离差模型进行了研究，并做了实证分析和比较。张乾宇（2006）在考虑交易费用情形下研究了极大、极小模型，并与均值—方差模型比较。

在动态投资组合选择理论和选择模型方面，国内也有不少的研究。吉小东（2004）、许其发（2007）等对动态投资组合选择理论做了综述和分析，李仲飞等（2004）在 Black – Scholes 设置下导出了安全第一准则意义下的最优常数再调整组合投资策略以及有效边缘的显示表达式。陈志平（2005）研究了多元 GARCH 下关于 CVaR 的动态投资组合选择问题。李朋（2005）讨论了动态投资组合保险策略，实证分析表明该策略能够有效地规避下方风险。郭福华（2006）研究了均值—半绝对偏差投资组合选择模型，给出了求解算法，并与动态均值—方差模型作了比较分析。郭福华（2007）又进一步研究了推广的半绝对偏差和动态投资组合问题。王秀国（2007）研究了以在险资本为风险约束的动态投资组合选择问题，并与无风险约束情形进行比较。孟志青（2007）研究了基于动态 CVaR 模型的房地产组合投资风险度量问题。

（三）权证的相关研究综述

1. 权证定价影响因素研究

最早展开权证定价研究的是 Louis Bachelier（1990）。他在论文《投机交易理

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



论》中率先提出资本市场的股票价格波动呈现几何布朗运动特性，在此基础之上推导出了著名的欧式看涨期权定价模型。在他之前，金融学完全是经济学的分支学科之一，对金融领域的分析也主要依赖定性分析，几乎没有定量分析。Bachelier 的期权定价模型和 Markowitz 的投资组合选择理论一样，在金融学理论与实践领域具有非常重大的开创性意义。令人遗憾的是，Baehelier 的研究工作多年以后才引起后续研究者的重视。如 Sprenkle（1961）通过对欧式看涨期权定价模型的初步修正，涉及了股票价格的正漂移率，考虑了正利率和投资者风险厌恶等其他影响因素；Bonessz（1963）则利用资金的时间价值理念修正了 Bachelier 的权证定价模型，他认为股票价格服从相对平稳的对数正态分布，理性投资者遵循风险中性假设，期权的期间末期望值折现为当期现值即为期权价格；Samuelson（1965）后来又提出了基于风险差异和正成长率的期权定价公式，强调了由于风险差异导致的股票价格与期权期望收益的差别。综合看，这一时期对股票权证定价理论研究的特点是针对股票期权和认股权证的认识还处于相对肤浅的阶段，研究趋同程度较高，差异化不明显；把认股权证的定价等同于看涨期权的定价；模型构造有一定的主观色彩，因为推出的定价公式中存在多个参数，而这些参数在现实中难以估计，所以这些定价公式难以在实践中推广。

早期的权证定价研究数量与创新程度相对有限，权证定价方法的研究突破开始于 Black 和 Scholes（1973）以及 Merton（1973）的后续研究。Black、Scholes 以及 Merton 基于无套利原理获取了期权的定价公式，认为期权标的资产的价格及其波动会对期权自身的价格变动带来最直接的影响，并且认为标的资产价格基本反映了市场对未来的预期。著名的 Black－Scholes 模型设置了以下一些基本假设：交易市场无摩擦，即不存在税收和交易成本；在期权有效期内，无风险利率和股票资产期望收益变量和价格波动率是恒定的；股票价格服从对数正态分布；股票资产在期权有效期内不支付红利及其他所得（该假设并非充分条件）；该期权属于欧式期权，即在期权到期前无法实施；在金融市场不存在无风险套利机会的前提下，金融资产的交易可以是连续进行的；可以运用全部的金融资产所得实施卖空操作。基本的期权定价模型如下：

$$C = SN(d_1) - Le^{-rT}N(d_2)$$

其中，$d_1 = \dfrac{\ln\dfrac{S}{L} + (r + 0.5\sigma^2)}{\sigma\sqrt{T}}$；$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$；$C$ 表示期权初始合理价格；S 表示交易对象金融资产现价；L 表示期权交割价格；T 表示期权有效期；r 表示连续复利计无风险利率。

当然，Black－Scholes 模型也存在某些先天不足，即对标的资产价格波动过程的理论描述与现实状况差距明显。后续的理论研究针对这些不足开展了有意义

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的尝试：①针对 Black－Scholes 模型中相对严格的完美市场假设展开，主要通过放松基本假设，进而修正推导出后续的改进模型，旨在确切反映现实的经济状况，代表性地修正模型包括发放红利的股票期权定价模型、股票交易费用的定价模型、跳跃扩散模型、波动率变化期权定价模型、利率期权模型以及奇异期权的定价等。②通过各种实证检验来验证模型的准确性。代表性的理论研究包括：Beckers（1980）以 1972 年 9 月 18 日至 1977 年 9 月 7 日为时间窗口，研究了 47 种不同股票的日平均报酬率，比较了 Black－Scholes 与常方差弹性期权定价模型（Constant Elasticity of Variance，CEV）的主要差异，研究结果证明 CEV 模式优于 Black－Scholes 模式。之后，Macbeth 和 Merville（1980）、Noreen 和 Wolfson（1981）、Lauterbach 和 Paul Schultz（1990）同样验证了市场价格与 Black－Scholes 以及 CEV 模型的相对差异程度，研究结论也有所区别。Boyle（1994）利用基于二项式模型的修正来研究期权定价问题，研究结果表明二项式模型能够无限逼近 Black－Scholes 模型。

当然，权证定价方法的研究同样是一个不断发展与演进的过程，随着现在数学方法与数量金融计量工具的整合，新的期权定价模型也开始为后续研究所关注，尤其以 GARCH 模型与 SV 模型的出现为主要代表。Engle 于 1982 年开创性地提出了 ARCH（Autoregressive Conditional Heteroskedasticity Model）模型，并将其应用于当时英国的通货膨胀经济研究中。ARCH 模型能够模拟时间序列变量波动性的基本变化，其主要特点是计量风险的方差变量随时间变化而变化，此后它又被扩展成为 GARCH（Generalized Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity Model）模型。后来，Taylor（1986）提出了代表随机微分方程离散化表示形式的 SV 模型。GARCH 模型和 SV 模型是当前用来研究条件方差（Conditional Variance）的两类主要模型，被广泛应用于经济金融时间序列的波动性分析研究中，前者是当前最常用的研究金融时间序列条件方差时变性质的工具，而后者则被广大学者认为是适合经济金融数据描述的模型。Harvey 等（1994）以及 Kim 等（1998）研究了 SV 模型与 GARCH 模型的联系与区别，证明能够通过使用同一个随机微分方程来客观描述以上两类波动过程，并且通过似然比和贝叶斯因子等检验工具比较了 SV 模型与 GARCH 模型的差异。Nelson（1990）使用 GARCH 模型模拟推导得出近似双扩散过程模型；在 Nelson（1990）的研究基础上，Duan（1996）进一步实现了双扩散模型与独立的 GARCH 模型的有机整合；基于收益和波动率服从跳跃扩散过程的修正假设，Duan 等（2003）又提出了修正的 GARCH 模型。Lehar 等（2002）则以 GARCH 和 SV 模型为研究范畴，比较了两者在 Black－Scholes 期权定价中的相对预测精度，研究结果表明 GARCH 模型的定价误差程度明显优于 SV 模型，但是在方差预测方面的差异相对较小。随后，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Chuang 等（2007）利用 GARCH（1,1）模型研究了股票价格指数波动基本特征，Evans 和 McMillan（2007）则运用非对称 GARCH 模型对股票价格指数波动基本特征进行了研究，他们的研究结果都表明 GARCH 模型能够较好地描述股票价格指数的波动特性。

当然，现代权证定价理论研究的发展过程除了在连续的时间段上沿着 Black - Scholes 期权定价模型不断扩展之外，还有一些理论研究者致力于探讨基于离散时间状态假设下的各种权证理论定价方法。Black - Scholes 期权定价模型虽然并公认为是期权定价理论的开篇之作，但是其中复杂的数学推导过程极大地限制了其现实经济生活中的适用程度。出于这种思路，针对美式期权定价，考克斯（Cox）、罗斯（Ross）、鲁宾斯坦（Rubinstein）和夏普（Sharpe）等在 1979 年使用相对简单的方法研究了期权定价模型，这一定价模型直观简单，没有涉及复杂的数学计算和推导，从而被理论界称为 Cox - Ross - Rubinstein 期权定价模型，或者称为二项式模型（Binomial Model）或二叉树法（Binomial Tree）。二叉树法定价的核心思想是，第一步将时间因素划分成一定数量的等距离区间，如果划分的时间区间数量越多，那么资产在到期时点的价格价值也就相对越高，二项式模型所研究的标的资产价格变化就越是接近标的资产的实际价格变化状态；第二步利用无套利或风险中性的基本理念，确定标的资产在每一时间间隔周期内价格上升和下降的概率以及价格变化的基本幅度，然后利用以上参数估计数值研究标的资产全部的价格变化情况；第三步采用逆推法以无风险利率为贴现率计算期权的当前理论价值。除此之外，蒙特卡罗模拟方法、套利定价方法、有限差分方法、区间定价方法等也陆续得到了应用。然而，正如刘海龙和吴冲锋所言，无论是在何种期权定价模型下，无套利定价原则基本上都能普遍适用。

国内早期的权证定价模型研究主要局限在对 Black - Schoes 期权定价模型与 GRACH 模型的应用与推广层面。李秉祥（2003）以欧式期权定价为研究对象，对 Black - Schoes 模型进行了后续研究，即假设股票价格波动的变化过程服从布朗运动和泊松过程，且在有效期连续分红的基本假设前提下，推导出股票衍生证券的扩展定价模型及其推广形式，并得到相应的求解公式，同时表明了传统的定价公式是新公式的特殊情况。基于股权分置改革背景，焦健（2005）强调由于我国上市公司认股证在期末需要通过增发新股以应对权证持有人的基本行权要求，所以不能直接套用国外的 Black - Scholes 公式，必须结合国内的基本国情实施修正，并且基于长电权证的实际情况修正了上市公司认股权证模型。陈明亮（2006）以我国证券市场上市交易的第一只权证——宝钢权证作为研究对象，将传统期权定价理论检验效果不佳的内在原因归纳为波动率服从条件异方差、收益率呈现严重的尖峰厚尾特征，进一步使用 EFRACH 模型研究权证的条件方差，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

采用学生 t 分布模拟可能产生的权证投机操作，综合考虑影响权证价格的各种因素，采取权证波动率完全历史重复的方式，在基于 Monte Carlo 模拟的交易环境下进行了定价。潘涛和邢铁英（2007）采用 Black - Scholes 定价模型计算了在我国证券市场股权分置改革时期发行上市流通的长电认购权证和宝钢认购权证的价格，在经典的 Black - Scholes 模型基础上实施了一系列的定价修正模型的理论推导与经验分析，进而从权证随机波动率的角度对 Black - Scholes 公式进行了相应的调整，并且运用后续的 GARCH 定价修正模型实施了比较研究。

赵旭（2008）针对证券收益率呈现“尖峰厚尾”的分布特征，在分析传统 Black - Scholes 权证定价模型的缺陷基础上，提出了基于分形理论的 Black - Scholes 权证定价修正模型，并利用分形 Black - Scholes 权证定价模型和传统 Black - Scholes 模型分析认购权证价格变化的行为。杨立洪等（2009）综合分析了保底条款、交易费用、股本摊薄和除权除息 4 个重要因素对股本权证价值的影响程度，在 Black - Scholes 公式的基本框架下，采用递进方式建立了涵盖这 4 个因素影响的欧式股本权证定价模型，实证分析结果表明该模型相对 Black - Scholes 模型能够更好地反映股本权证的基本特征。章劼和杨国平（2009）将完美市场假设下的 Black - Scholes 期权定价模型与我国权证市场客观实践相结合，建立了我国权证市场真实价值模型，研究结果发现牛（熊）市中认沽权证的真实价值估计容易低（高）于 Black - Scholes 理论值，而牛（熊）市中认购权证的真实价值估计容易高（低）于 Black - Scholes 理论值；到期价值为零的情况出现并不意味着权证的真实价值为零；存续期限内权证总是处于价外，权证的真实价值为零；隐含波动率低于历史波动率并不意味着权证价值被低估。吴恒煜等（2009）分别运用 GARCH 模型和 GBM 模型对我国证券市场上的股票价格实施了参数估计，并且使用最小二乘蒙特卡罗模拟方法对我国资本市场上具备百慕大特征的权证实施了蒙特卡罗模拟定价，研究结果表明 GBM 假设下的定价效果明显不如 GARCH 模型的定价效果，虚值程度越高的权证类型，相应的定价误差越大，而且定价误差的对数值与上证综合指数的对数值之间存在明显的协整关系。代军（2009）以上海、深圳两市上市交易的 15 只权证为样本，通过比较 Black - Scholes 模型与 CSR 模型，认为在中国内地权证市场，Black - Scholes 模型有着更优的市场表现；同时由于我国权证市场价格高估现象相对比较明显，投机现象较为严重。赵旭（2011）分析了我国证券市场的计价有效性，指出其呈现的线性范式与现实市场的真实状况并不互相符合；传统的金融学理论研究认为权益证券收益率服从基本的对数正态分布，而大量的实证研究结果表明权益证券收益率分布与正态分布相比具备一种典型的“尖峰厚尾”特征，具有分形结构；在此基础上剖析了传统 Black - Scholes 权证定价模型的不足，基于分形市场中的分数布朗运动假设，提

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

出了基于分形理论的 Black – Scholes 股本权证定价改进模型，并考虑了股本稀释效应。

2. 权证功能定位问题研究

现代股票期权机制诞生于 20 世纪 50 年代的美国，到了 90 年代，随着美国资本市场活跃程度的提高，股权激励制度也逐渐释放出巨大的能量，并在世界范围内形成了一种潮流。早在 1970 年，Patton 总结了这一时期公司管理股票期权的经验，并且肯定了股票期权的激励效果；Hemmer（1993）基于信息不对称的前提条件，将股票期权制度视为一种降低代理成本的有效手段，委托人利用股权激励制度达到激励代理人诚实管理企业的目的，从而有效解决代理问题。基于 Black – Scholes 模型，Hall 和 Liebman（1998）以美国大型上市公司为样本，实证研究了 CEO 薪酬与股票市场价值之间的关系，研究结果表明公司高管薪酬与公司业绩呈现显著正相关关系。Wonsik 和 Soojung（2003）的实证研究结果同样表明实施股票期权激励制度的企业长期绩效显著高于平均水平。

自 2000 年安然事件发生后，随着一系列公司财务丑闻事件的发生，股票期权激励问题成为理论研究与实务关注的焦点，进而对其形成了多种常见的理论分析方法。Chesney 和 Gibson – Asner（2004）提出了著名的经理人行为欺诈理论模型，这一模型中设计了一项股票期权报酬激励计划，涵盖了双向组合的期权投资手段，即一项针对标的股票的买入期权和一项针对标的股票的卖出期权，实质上是看涨期权与看跌期权的有机整合。随后，Johnston（2006）研究了利用股票期权制度实施会计盈余管理的不当行为；Babenko 和 Tserlukevich（2009）则认为当公司承担税负较高时，股票期权机制可以成为一种相对优良的激励方式，并且实证检验了这种方式能够产生的税负降低程度；Sawers 等（2011）实证检验了股票期权机制对于降低经理人道德风险的有效程度。

国内代表性的研究包括：顾纪生（2006）指出我国权证产品的创设和推进，既要结合我国股票市场的实际需要和未来趋势，更要考虑其所处发展阶段与现有条件的客观制约；如果母子市场的发展呈现不匹配状态，我国股票市场必将凸显如市场基础空心化、市场风险放大化、市场创新庸俗化、市场收益博弈化、市场监管式微化和市场功能紊乱化等多重隐患。程华（2006）认为权证是股权分置改革进程的新亮点，并总结了权证对于完善资本市场的良好促进作用。史振郭（2008）认为权证基本理论的知识普及和理论研究距离权证市场的交易发展现状尚有相当的差距，他将权证功能定位于风险管理工具、市场融资工具与高风险收益工具。宋李健和张林（2008）从中国权证市场选取了 6 只有代表性的权证，运用修正的 Black – Scholes 模型，分析计算了这 6 只权证的理论价格，发现权证的市场价格与理论价格存在很大的偏差，说明中国权证市场存在一定的投机氛围，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

指出造成投机的主要因素是缺乏卖空机制。梁罗和任荣明（2009）以3只权证和其对应的正股为研究对象，采用协整检验、Granger因果关系检验、方差分解等方法对我国权证市场的价格发现功能进行检验，结果发现我国权证市场价格发现功能强，权证价格并不能引导股票价格。张勇等（2010）指出权证交易机制的推出是我国证券市场产品创新深入、市场结构调整以及国际化接轨的重要制度表现形式，现行权证创设机制的设立对于解决我国权证市场产品供给不足的状况具备一定的促进作用，但也存在一些客观的缺陷和不足。

3. 权证收益率与风险评价的研究

权证收益率的主要影响因素来自股价波动率，早在1976年，Merton（1976）就明确指出股价路径应是一个跳跃扩散过程，与Merton的观点不谋而合，Jarrow和Rosenfeld（1984）、Ball和Torous（1983，1985）、Feinstone（1985）等的研究同样证明股价路径是一个跳跃扩散过程。早期的研究主要围绕对Black－Scholes期权定价模型的修正展开，分为确定波动率与随机波动率两类。确定波动率模型是将波动率视为标的股票价格水平的函数，如Cox和Ross（1976）提出的方差弹性为常数的CEV模型（The Constant Elasticity of Variance Model）及Dupire（1994）、Derfnan和Kani（1994）、Rubinstein（1994）等提出的IDV模型（Implied Deterministic Volatility Mode）。近年来提出的大部分对于经典BS模型的推广都属于SV模型，如Hull和White（1987）率先提出的SV模型以及Johnson和Shanno（1987）利用几何布朗运动描述期权波动率的变化过程；Scott（1987）、Stein和Stein（1991）、Brenner等（2001）采用均值回复高斯过程（The Mean－Reverting Gaussian Process）来描述波动率；Heston（1993）、Ball和Roma（1994）、Heynen、Kemma和Vorst（1994）、Bates（1996）及Grunbiehle和Longstaff（1996）等则采用了一个均值回复平方根过程（The Mean－Reverting Square－Root process）。

当然，对于权证风险客观度量的一个重要尺度来自风险价值（Value at Risk，VaR），其含义是在证券市场标的资产价格正常波动的前提下，标的金融资产或证券组合的最大限度的可能性损失。1993年，G30集团在研究衍生品种基础上发表了一份有关《衍生产品的实践和标准》的报告，提出了评价证券市场风险的VaR模型，稍后由Morgan推出了计算VaR的风险控制模型。Stambaugh（1996）认为使用VaR模型的优势在于能够实际衡量市场风险，从而促进风险管理效率而且有助于监管部门进行有效监管而得到广泛应用。同时VaR方法在资产配置和投资组合选择方面也获得了不少应用。如Lucas（1998）研究了以VaR值为风险控制，最大化投资组合的期望来构建最优的投资组合。Campell（2001）研究了基于VaR约束的资产配置问题。Jorion（1997）把VaR定义为对正常市场波动的度量，显著偏离VaR的投资损失发生的概率偏低。Dowd Kewin（1998）认为

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

VaR 是满足一定置信水平下金融资产或证券投资组合的最大预期损失。随后，基于股票收益率尾部分布超过某一较大阀值的研究假设，Dowd Kewin（1999）提出了计算 VaR 值的极值模型。Penza 和 Bansal（2001）系统梳理了 VaR 的常见计算方法在评价市场风险方面的应用，并探讨了 VaR 在股票期权、权证等衍生金融工具风险评价的应用。基于极值理论，Bacmann 等（2004）以套利基金、股票和债券作为投资组合，使用 VaR 和 ES 实施了权证的量化研究；Brooks 等（2005）后来又提出了一种半非参数的极值方法；Matthew 和 Pritsker（2006）系统比较了 VaR 模型的基本类型、历史模拟法及其改进算法的运用。

VaR 作为传统的市场风险度量方法被广泛应用在金融工具的风险度量上，但在对高频权证数据的刻画，特别是对存在“日内效应”、交易时间间隔不等、离散取值等特性的权证数据的处理有一定不足。这一点学者们也早已证实。Engle（1998，2000）提出、完善、发展了 ACD 模型，并利用 ACD 模型处理高频数据取得了很好的结果。Dufour 和 Engle（2000）给出了 Box - Cox ACD 模型，该模型用随机标值点过程来刻画交易过程，不同的随机标值点过程可以得到不同的 ACD 模型，具体体现在模型的随机扰动项的不同分布上。Zhang、Tsay 和 Russell（2001）提出了一种非线性的门限 ACD 模型，采用分段线性化处理非线性模型，从而有助于理解市场的微观结构。Reinhard Hujar、Sandra Vuletic 和 Stefan Kokot（2002）提出了 Markov 转移 ACD 模型。更多关于 ACD 模型的综述、评论请参考 Bauwens、Giot 的论文。

国内代表性的研究包括：孙浩中（2006）通过对认股权证定价模型分析的基础上，以宝钢权证为案例研究对象，分析了认股权证的价值及其中隐含的风险。孙建全等（2007）研究了标的股票收益与波动率相关情景下的备兑权证定价问题，基于 Stein 和 Stein 开发的期权定价模型，通过 Scott 求解方式，利用特征函数求解方法推导出备兑权证的定价基本公式，研究结果表明备兑权证价格随股票收益与波动率间相关系数 r 从 -1 ~ +1 变化，价平权证的价格变化不明显，价外权证价格比价内权证价格的变化相对更加显著。唐勇和陈继祥（2007）研究了我国权证市场定价效率较低的原因，并提出相应的对策，建议完善权证市场平衡供需机制，引入权证自由发行机制与持续发行机制，建立并完善做市商制度；实行动态对冲或部分抵押制度，逐渐增加权证供给数量，进而完善权证定价套利机制，从而提高权证市场的定价效率。温媛佶（2007）构建了一个以理性投资者、理性投机交易者和噪声交易者作为市场参与主体的权证模型，并利用权证市场推出后沪市所有交易数据对该模型进行了估计，同时比较了创设制度对不同权证种类的影响程度，研究了创设制度设立对标的股票价格行为的引导作用，认为权证创设制度的引入对认够权证的价格稳定作用小于对认沽权证的价格稳定作用。王

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

鸣飞（2008）认为从理论层面分析，认购权证的实际交易价格应该高于其内在理论价值，即认购权证溢价值应为正数；然而从现实情况看，我国的认购权证在2007年却呈现出大量负溢价的情况。攀登等（2008）基于上海证券交易所的逐笔申报和成交数据库，以宝钢权证泡沫“自然实验”为例，指出卖空限制是证券市场泡沫存在的必要条件，理性的机构投资者除了卖掉自己手中持有的证券外，只能置身事外，不能够有效通过卖空机制来打压泡沫；大部分证券市场投资者已经清晰地认识到了投资泡沫的存在，只能寄希望于以相对更高的价格转卖给下一个投资者，因此进入市场后便快速退出，形成以畸高的交易量和换手率为表现形式的快进快出机制。徐溪（2009）利用随机波动率代替历史波动率的前提假设，旨在消除金融时间序列中常见的异方差性的影响；运用GARCH模型中的3种主要形式（GARCH、GJR－GARCH、EGARCH）对其实施参数估计以及权证定价对比；还分别就历史波动率与随机波动率的差别、对称型与非对称型GARCH模型的区分以及理论研究与实际结果的差别进行了比较分析。

边江泽和宿铁（2010）探讨了我国股票交易市场上一项独特的交易限制“T+1”交易制度，这一制度要求当天购买股票的投资者至少到第二个交易日才能将股票卖出；然而我国的权证交易市场则采用“T+0”的交易制度，即权证投资者可以在交易日当天随时将权证卖出。研究结论证明“T+1”制度会降低股票市场流动性，使股票的价格中存在低流动性折价，股票流动性和相应权证的溢价之间存在着负相关的关系。曾志坚等（2010）通过互谱分析实证研究了中国权证市场具有代表性的权证与其标的证券之间存在的波动溢出效应。研究结果表明权证收益率波动与标的证券收益率波动之间的相关程度有限，价格波动溢出效应不明显，然而二者之间存在一定的领先滞后关系，在权证最后交易日临近存在从权证收益率波动到标的证券收益率波动的领先关系。郭喜才（2010）选取2005～2009年我国证券市场发行上市交易的30只权证为研究样本，实证分析了权证交易对其标的股票价格风险的影响程度；采用方差齐性检验方法，发现研究样本中绝大多数股票的收益率方差在权证发行之前和权证发行之后发生了显著变化，并且绝大多数标的股票的收益率方差变小，权证的发行可以降低标的股票的波动率。郑振龙和邓雪春（2010）应用线性多因子模型研究了我国权证的定价能力，发现权证是非冗余的，故对风险资产的收益率有解释能力，且对小公司和价值股的解释能力强于大公司和成长股。周竟东等（2011）分别采用SV模型和GARCH模型对权证收益率波动情况实施了比较研究，发现SV模型和GARCH模型均能够相对较好地拟合权证收益率的波动，但SV模型比GARCH模型更能获取有关权证收益率的有效波动信息；在权证交易总的持续期间内，通过SV模型衡量的VaR值比GARCH模型衡量的VaR数值相对更加准确；而在权证发行上市

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

时期及最后交易日期间，通过 GARCH 模型计算的 VaR 值比 SV 模型计算的 VaR 值更加准确。

利用高频数据模型来研究中国的金融市场，目前还处在起步阶段，鲁万波（2005）对有关中国金融市场上高频金融数据的特征、回顾和展望进行了评述。陈敏等（2003）实证研究发现，ACD－GARCH 模型能够很好地适应中国证券市场的交易现状，可以科学解释权证交易事项。蒋学雷等（2004）通过构建流动性指标，建立了 ACD 模型研究标的股票的流动性特征。补冯林等（2005）以中国联通为研究对象，构建了对数形式的 ACD 模型。卢浩（2010）利用 ACD 模型对中国金融市场的微观特性进行了刻画。由于中国证券市场是一个新兴市场，与发达国家较成熟的市场不同，应用国外的理论方法，应考虑中国证券市场的现实情况，特别是在微观结构上更加明显。ACD 模型初始是用来测度交易之间的时间间隔，根据卢浩（2010）的研究，只要定义一个合适期间，就可以利用 ACD 模型。由于 ACD 模型可以充分利用高频数据信息，特别是可以利用随机时间间隔来构建模型，为利用 ACD 模型来刻画中国权证市场的流动性打下了基础。对于 ACD 模型在中国证券市场的应用，本书在其后作了适当的修改，实证分析更适合中国权证市场实际的随机扰动项分布假设，尽量充分反映我国权证市场的微观结构特征。

4. 权证与标的股票相关性研究

权证的基期定价、远期交割功能具有一定的价值发现能力；权证与标的资产之间出现价格偏离时投资者可以进行套利交易，有助于标的资产价格回归至合理价位。Chan 和 Wei（2001）指出权证的发行目的是针对现货市场的对冲风险，交易行为通常发生在权证发行之前与发行过程中，原因在于券商需要收集足够的标的股票来为新权证的发行做准备，这些活动将给发行前的标的资产的价格带来正的影响。Danielsen 和 Sorescu（2001）则认为权证上市后会导致标的资产价格降低，因为期权上市会造成卖空限制减弱。基于少数金融机构主导备兑权证发行市场的前提假设，Aitken 和 Segara（2005）指出新权证的首次发行将给市场带来一个负的信号，结果导致标的股票价格在备兑权证发行后下跌，从而使权证发行者可以在权证市场操纵收益。Pilar 和 Rafael（2002）研究了股指期货和股指期权对股票市场收益率方差以及流动性的影响，实证研究结果表明衍生品上市后，股票收益率条方差显著下降，交易量显著增加。Aitken 和 Segara（2005）指出权证的引入使流动性得到增强，原因在于认股权证的发行者会购入股票进行对冲。Grein 等（2005）研究了雇员股票期权定价对于上市股票价格的影响；Kalpathy（2009）研究了股票期权的再定价以及替代方法问题。Cicero（2009）从交易时间、权证履约等角度研究了操纵权证价格的三种常见方式。基于实地调查手段，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Hodge（2011）发现管理层的实际平均股票期权定价高于 Black – Scholes 模型的理论定价结果。

刘洋等（2007）应用 EG 两步检验方法和 Johansen 检验方法对上海证券交易所上市交易的认购权证和其标的股票的关系实施了协整检验，检验结果表明认购权证和其标的股票之间不存在明显的协整关系，认购权证的价格走势脱离其标的股票而独立运动，研究结果表明在我国证券市场应用 Black – Scholes 期权定价模型实施权证定价具有一定的缺陷和不足之处。张爱玲和吴冲锋（2008）利用事件研究方法，分析了我国证券市场认股权证上市后对标的股票交易价格和交易量的影响。检验沪深证券交易所上市交易的总体认股权证样本，发现权证上市后短时期内标的股票股价下降和交易量增加，可创设权证的标的资产价格和交易量在发行后短时期内上升，原因在于权证上市交易后向股票市场传递了一个利空信息，导致股价在权证上市前出现大幅下跌的现象。另外是卖空机制的设置使得股价下降风险得不到有效规避，而市场法规制度的变化也是其中的原因之一。韦亚琼和刘海龙（2008）研究了宽跨式组合、保护性认购权证组合、保护性认沽权证组合以及熊市价差组合的套利机会，研究结果说明中国权证市场有效性不高，标的股票和权证之间的相对定价不合理。杨大楷和蔡锦涛（2008）选取沪深市场有代表性的钢铁板块权证作为研究样本，通过认股权证和正股关系的实证分析，表明市场供需机制是影响权证和正股之间相关性的主要因素。虽然创设制度的推出对供求紧张关系有所缓解，但市场的缺陷使权证对市场资源配置的功能受到抑制。

胡志鹏（2008）以连续时间动态资产定价模型为基础，研究了权证交易对标的股票资产价格的影响程度，研究结果表明权证对标的股票价格会产生显著的影响。刘维奇和谢黎旭（2008）首先通过建立 ARIMA（p，0，q）模型区分预期变量和非预期变量，随后使用 GARCH 模型估计条件均值，BEEK 模型估计条件方差，研究了标的股票与权证的信息不对称程度，实证研究结果表明，权证交易市场与股票交易市场存在显著的信息不对称性，股票价格波动也存在一定的溢价现象。傅永昌（2008）指出针对定向增发、兼并收购、重组、股改、整体上市等资本市场行为可能导致的控股股东对中小股东利益的侵蚀，引入认沽权证产品作为一种利益协调机制，并且使用蒙特卡罗模拟最小二乘法编程计算权证的模拟数值，以保护中小股东利益为基本出发点，有助于促进控股股东与中小股东在定向增发、兼并收购、重组、股改、整体上市等行为上达到利益一致。

代军（2010）结合 Black – Scholas 期权定价模型和 EGARCH 参数检验方法对我国权证市场当前的权证价格偏差情况实施了研究，实证结果显示，在引入权证创设机制后的 2006～2008 年，我国权证交易市场的整体价格偏差程度依然普遍相对较高，同时呈现出随权证市场价格下降而急剧上升的变化趋势。并以马钢

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

CWB1 认购权证为实例实证检验了该修正模型的权证定价效果，研究结果表明忽略权证的价格泡沫、市场溢价和波动率估计误差是导致我国权证市场价格偏误较高的主要原因。吕亮雯和陈光华（2010）通过 TARCH 模型和带虚拟变量的系统风险分析模型分析了权证上市后，标的股票的波动性是否减弱、长期记忆性是否减轻和系统风险是否降低以及杠杆效应是否消除。

相对于资本市场其他领域的研究而言，权证问题研究起步时间较晚。理论界尽管已经对权证定价、权证风险波动与收益率等问题展开了研究，取得了一定的研究成果，但从整体看，权证的交易与应用领域仍然存在较大的研究空间。从研究内容看，国外权证问题研究主要集中于权证定价模型，围绕 Black – Scholas 期权定价模型及其改进实施了大量的研究；由于股票收益率通常作为定价模型中的常见参数，使权证对于现货市场以及标的股票价格的影响程度研究也得以重视。从研究方法看，权证理论的研究发展强烈依赖于期权理论的研究成果；权证研究中的重要成果几乎都脱胎于期权理论，人们对权证定价模型、风险度量、避险策略研究以及权证对标的股票价格波动性影响的实证分析，都是在借用期权理论研究框架和研究结论的基础上，套以权证的外壳。国内相关研究尚未形成系统成熟的框架，基本停留在引进权证对于完善资本市场的意义上，权证发行对于股权分置改革的推进等；量化研究主要局限在将经典的 Black – Scholes 模型应用于国内资本市场权证的定价结果检验，利用证券市场中公开发行权证的上市公司股价等数据，实证研究了证券收益率的波动性，但实证研究理论假设、数据筛选以及模型设计相对简单。

（四）现状分析与评价

国外有关风险度量的研究成果相对丰富，不管是从特殊到一般、从具体到抽象，还是从变量加权到分布扭曲来研究，更多的是在单期（静态）内展开讨论的。虽然 Artzner（2001）、Rosazza（2004）等在单期的一致性风险测度研究的基础上进一步扩展到动态一致性研究范畴，由于动态风险存在的复杂性和技术上处理的困难，关于动态风险度量问题的文献很少，基于动态风险测度的多期模型仍然处于探索之中。在国内，许多学者在一致性风险测度理论框架下研究了风险度量方法一致性问题，不过很多研究只限于在理论分析方面，进一步深入分析的文献相对较少。此外，在随机占优理论框架下研究风险度量方法的文献也很少。

国外有关投资组合选择问题的研究成果非常丰富，对模型性质的研究也很多。国内对投资组合选择问题的成果也很多，不过大多数研究集中在对理论模型介绍和实证分析上，并且，对于交易费用情况的考虑，绝大部分模型假设交易费用是交易量的线性函数，实际上交易费用并不是线性函数，而是当交易量不超过某

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

个门限值时为凹函数。此外，在随机占优理论框架下研究模型性质的文献也很少。

对于实施投资组合选择问题而言，对不确定的未来经济情景（一般是指收益率情景）的刻画非常关键。特别是在动态投资组合选择的模型中，情景的数量和结构直接关系到投资组合模型的复杂性和可靠程度。在国内外有关的研究中，收益率情景产生大部分是通过历史模拟法或蒙特卡罗模拟法来实现的，运用滤波历史模拟法来产生收益率情景的文献还比较少。对于以权证为研究对象的风险管理研究，本书从市场微观结构的视角，构造了较好地反映权证微观结构的度量指标，弥补以往指标不能很好地刻画权证微观特性的不足。

三、研究思路与本书框架

本书按照目的导向的研究思路展开（见图1-1）。具体如下：首先，通过背景研究提出了优良的投资组合选择模型应该具备什么样的性质，并基于现实情况和国内外研究现状指出只有投资组合的风险测度指标具备优良性质时，其相应的模型才具有理论性质良好、易构建和易扩展的特征。其次，在风险测度理论下，分析和比较各个风险测度指标优劣，构建了一个分析投资组合模型选择的理论框架。再次，在这些理论分析的基础上，构建了基于CVaR方法的投资组合选择模型，具体研究了基于CVaR的单期和多期投资组合选择问题。最后，对金融衍生品——权证的微观特性进行研究，并就实证结果的分析和讨论阐明了本书研究的意义。

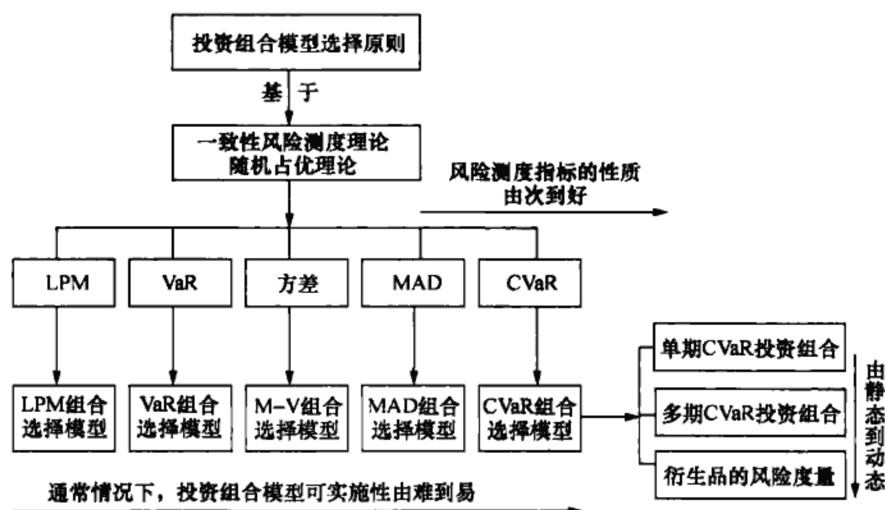


图1-1 本书的研究思路

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

按照以上研究思路，本书的结构框架如图 1－2 所示。

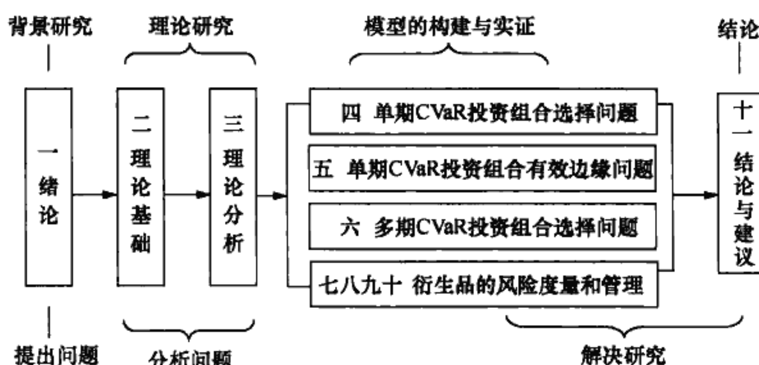


图 1－2 本书的结构框架

四、研究内容、研究方法和主要创新

（一）研究内容

本书主要研究了金融市场风险风险管理中关于 CVaR 单期投资组合选择和多期投资组合管理问题，以及以权证为研究对象的金融衍生品的风险度量和管理问题。主要内容分为以下八个方面：

一是风险测度理论的评价和风险测度指标的选取问题，系统分析了一致性风险测度理论、谱风险测度理论以及随机占优一致性风险测度理论，讨论了这些理论的优点和不足；在一致性风险测度理论和随机占优理论下对风险测度指标方差（标准差）、绝对平均偏差、下偏距、VaR、CVaR 进行了评价和比较，方差（标准差）、平均绝对偏差测度的是投资组合的总风险，而下偏距、VaR 和 CVaR 测度的是投资组合的下方风险。

二是投资组合选择模型的构建问题，系统分析了均值风险占优准则，并对各投资组合选择模型优劣性做出评价比较，说明了一个良好的投资组合选择模型应该与二阶随机占优关系相一致，而且要容易求解、容易扩展。同时也讨论了风险测度指标与投资组合选择模型的关系，一个表现良好的模型，其风险测度指标也具有很好性质，如在实际应用中表现良好的基于 CVaR 的投资组合选择模型，因为 CVaR 具有次可加性以及与二阶随机占优相一致。相反，基于 VaR 的投资组合

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

选择模型在投资实践中表现不佳，因为 VaR 在通常情况下不具有次可加性，与二阶随机占优也不相一致。

三是基于单期 CVaR 的投资组合选择问题，详细分析了基于 CVaR 的投资组合选择模型，在考虑凹交易费用的情况下，对模型进行扩展。书中给出了短期 CVaR 约束的投资组合选择模型，采用实际市场数据，并用 ARMA（1，1）－GARCH（1，1）模型对数据进行处理，得到了最优投资组合以及投资组合有效边缘。

四是关于 CVaR 的投资组合对资产数量变动的灵敏度问题，书中给出了正态条件下均值－CVaR 投资组合有效边缘方程，分析了均值－CVaR 投资组合有效边缘存在的条件，在此基础上，分析了资产数量减少和增加对均值－CVaR 投资组合有效边缘的影响。

五是基于多期 CVaR 的投资组合选择管理，介绍了长期投资组合管理问题的一般形式，讨论了三种常用的长期投资组合管理策略，即购买持有策略、固定混合策略和投资组合保险策略。研究了这三种策略的特点，各自适用的市场环境。重点研究固定混合策略下的投资组合管理问题，详细分析了初始时刻投资者有一笔资金，如何管理该投资组合，使得各个资产占总资产的比例固定，目标是在最后时刻投资组合的总价值在均值－CVaR 下最优。

六是权证市场波动性风险。首先阐述了波动性的相关概念、特征及其影响因素，并对度量波动性的各类估计模型进行对比分析。接着，运用权证分时数据，通过 GARCH 簇模型对中国权证市场的波动性进行实证建模，同时对权证波动性的非对称效应也进行了研究。

七是权证市场定价风险研究。首先利用 GARCH 模型和 GBM 模型对中国证券市场上的股票价格序列进行参数估计。接着，使用最小二乘蒙特卡罗模拟方法对中国具有百慕大性质的权证进行蒙特卡罗模拟定价，并分析分别在 GARCH 模型和 GBM 模型假设下的定价效率。

八是权证市场流动性风险。首先对流动性的相关概念和度量方法进行了详尽的探讨和分析，给出了本书拟采用的基于累积交易量期间的流动性度量方法。接着，介绍了本书研究所采用的自回归条件久期模型——ACD 模型。之后利用分笔数据和 ACD 模型对中国权证市场流动性开展实证建模研究，包括构建交易量期间、日内模式分析、模型估计和残差分析的模型分析。

（二）研究方法

本书力求研究方法实现理论研究与实证研究相结合、演绎与归纳法并举，具体如下：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

在绪论中，梳理测度投资组合收益风险的发展轨迹，剖析风险测度指标的性质，引申风险测度下的投资组合选择研究主题，分类归纳国内外有关风险测度、投资组合选择的研究现状。

在理论基础中，采用比较和综合方法对各种风险测度指标进行优劣选择，以选择性质优良的风险测度指标。采用演绎与归纳方法讨论投资组合选择模型的构建原则，以选择合理的投资组合选择模型。

在实证研究中，采用模拟法取得相关数据，并用事后比较法对相关研究进行分析与检验。

在对权证的微观特性的研究中，采用学科交叉的研究方法。将金融工程理论、数理方法、统计方法、计算机模拟技术结合起来，采用定量研究、定性分析、比较分析的方法对中国市场权证的波动性、定价、流动性及其相关的应对策略策略进行综合研究。

（三）主要创新

在本书的研究中，主要有以下六点创新：

一是通过对比研究各种风险测度理论和投资组合选择理论，给出选择一个投资组合模型应该遵循具有理论性质优良、容易构建、容易扩展的原则，由于CVaR具有一致性风险测度和二阶随机占优的性质，指出基于CVaR的投资组合选择模型是良好的投资组合选择模型。

二是在考虑非线性交易费用约束下，给出了扩展的单期CVaR模型，建立短期CVaR投资组合选择模型，设定分支定界求解算法，利用我国证券市场实际数据对模型进行了实证分析。对投资者短期的资产配置有一定的指导意义。

三是分析了长期金融计划三种策略的特点和所适应的市场条件，并建立了基于均值－CVaR的多阶段金融计划问题模型。针对投资开始时刻一笔资金的情形建立了每个资产在各阶段比例固定的多阶段投资组合管理模型，并对模型进行实证分析。该模型对养老基金管理、保险公司有重要的实用价值。

四是在单期CVaR选择模型中，运用ARMA（1，1）－GARCH（1，1）模型拟合收益率情景，同时与传统的情景生成方法相比较。在多期CVaR选择模型中应用向量自回归方法拟合情景树。

五是针对权证波动性的特征，分别运用IGARCH和GARCH模型对中国权证市场的波动性特征进行刻画，并分析了权证波动性的非对称效应，研究结果发现，中国的权证市场存在明显的波动集聚效应，但只有少部分权证存在杠杆效应，绝大部分权证没有明显的杠杆效应，这与股票市场的波动性特征存在较大的差别。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

六是针对权证流动性的特征，利用不同假设分布条件下的 ACD 模型及其拓展模型对中国权证流动性进行实证分析，结果发现，中国的权证市场存在明显的流动性集聚效应，同时也发现，Weibull 分布下的 ACD 模型拟合效果相对较差，这与股票市场的流动性有显著差别，因此本书通过拟合的 Gamma 分布，得出 Log－GACD 模型和 SCD 模型中随机扰动项分布是最佳假设分布，是中国权证市场较理想的流动性拟合模型，可以反映中国权证市场的基本微观特征。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第二章 投资组合选择的理论基础

金融投资的预期收益受到多种因素的影响而具有不确定性，其中主要因素是风险。所以投资者往往通过分散化投资，在收益和风险中寻找一个平衡点，即在风险一定的条件下实现收益的最大化或收益一定的条件下使风险尽可能地降低。这一过程就是对投资组合进行选择的过程。收益和风险的有效测度决定了最优投资组合选择的投资比例，而风险是投资组合选择中考虑的主要因素。不同的风险度量指标往往给出不同的最优投资组合选择，因为大多数资产收益呈现非对称分布的特征。

金融市场是一个极其复杂的系统，资产的收益和风险都是不确定的，这就使投资者需要在一个不确定的市场环境下做出投资决策。本章介绍不确定条件下的投资决策理论、收益以及风险的度量，这里不确定条件下的决策理论包括期望效用理论和随机占优理论（将在第三章阐述）。收益的度量主要有简单收益率和连续复合收益率。而风险的测度指标很多，本章主要介绍方差、MAD、VaR、CVaR等风险测度指标。

一、不确定情形下的投资决策理论

在实际的投资实践中，投资者往往需要在不确定情形下做出投资决策，针对如何投资以及投资多少，J. Von Neumann（1944）提出了期望效用假设。在这种假设下，每个投资者的消费和投资决策可以这样描述：确定每种风险资产回报支付的可能概率，对每个可能的消费设定一个指标，从而选择能够使该指标期望值最大的消费与投资策略。也就是理性的投资者将做出使其期望效用达最大的投资策略①。目前，期望效用理论已经成为不确定情形下决策行为的理论基础。

在对两种风险资产进行投资决策时，仅有的信息是这个投资者或者是不知满足的，或者是风险厌恶的，除了使用期望最大化策略外，还可使用随机占优策

① J. Von Neumann. Theory of Games and Economic Behavior [M]. Princeton University Press, 1994.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

略。随机占优理论是在期望效用理论的基础上发展起来的，使用效用函数的部分信息，但并不要求有效用函数的具体形式①。Rothschild 和 Stiglitz（1970）将随机占优理论与期望效用理论有机地联系起来，促使了随机占优理论进一步发展。

（一）效用函数理论

投资者投资目的是为了增加财富。不过，金融市场存在着不确定性，投资存在风险，因而理性的投资者会根据自己的风险承受能力，选择恰当的投资组合并使其期望效用最大化。

假设投资风险资产 X 的期望效用不低于风险资产 Y，则该投资者将偏好风险资产 X，这种反映投资者偏好顺序的效用函数不一定存在，只有当偏好关系满足完备性、自返性、传递性、连续性和独立性公理的条件时，代表偏好关系的效用函数才存在②。

虽然期望效用理论是研究非确定性市场环境下理性选择理论的基础，但实际决策行为却经常违背期望效用公理假设。如 Allasis 反论、Ellsberg 反论（Ambiguity）、共同比例效应（the Common Ratio Effect）等③。尽管期望效用理论存在不足，但 J. Von Neumann 和 Oskarmorgenstern 已经证明：相对于期望货币值和其他可能的决策行为准则而言，期望效用假设具有优越性。因此期望效用理论仍然是研究不确定情形下决策行为的主要方法。

1. *风险态度及其测量*

假定有一笔不确定性财富 w，投资者从中获得的满足程度可以用该财富给其带来的效用的期望值来度量，记财富期望值为 $E(w)$，财富期望值的效用为 $U(E(w))$，财富效用的期望值为 $E(U(w))$，设有一个等价的确定值 $CE(w)$，满足 $U(CE(w))$，则称 $\pi(w)=E(w)-CE(w)$ 为风险的主观价值，它反映决策者愿意付出此价值而不承担风险，或决策者接受此补偿费后，愿意使两者等价，即风险的价值。$\pi(w)$ 值越大，表明投资者越厌恶风险，同样的风险，要求的补偿金就越高；反之则相反。对于效用函数和投资者的类型，可用风险主观价值 $\pi(w)$ 来区分：当 $\pi(W)>0$ 时，效用函数为凹型，投资者为风险规避型，$\pi(w)=0$ 时，效用函数为线性，投资者为风险中性，$\pi(w)<0$ 时，效用函数为凸性，投资者为风险追求性。

---

① Levy. Stochastic Dominance and Expected Utility: Survey and Analysis [J]. Management Science, 1992, 38 (4).

② Litzenberger. A Utility-Based Model of Common Stock Price Movements [M]. Research Programin Finance Working Papers, 1985.

③ 参考 Quiggin（1993）的文献。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

一般来说，财富越多，效用越大，因而效用函数的一阶导数满足：$U'(w)>0$。假定承认投资者是风险厌恶的假设（也就是说效用函数的二阶导数满足：$U''(w)<0$）有普遍意义。如果两个投资者都是风险厌恶的，如何比较他们风险厌恶的程度？当且仅当一个投资者在面对任何赌博时，都要求比其他投资者有更多的风险溢价作为补偿，他就表现出更强的风险厌恶。直观上，效用函数越凹，则风险厌恶程度越高。

引入最具有代表性风险金测度模型，即 Markowitz 和 Pratt – Arrow 的测度模型。具体如下：

Markowitz 的风险金模型为：

$$\pi_m = E(w+\check{z}) - U^-[U(w)+\check{z}] \tag{2-1}$$

其中，$\check{z}$ 为风险资产回报，其值为一随机变量；$U^-(\cdot)$ 为 $U(\cdot)$ 的反函数。

Pratt – Arrow 的风险金模型为：

$$\pi_p = \frac{1}{2}r(w)\cdot E[(\check{Z}-Z)^2] = \frac{1}{2}r(w)\cdot \delta_z^2 \tag{2-2}$$

其中，$r(w)=\frac{-U''(w)}{U'(w)}$为绝对风险厌恶系数；$\delta_z^2$ 为资产回报的方差。

本书以 Pratt – Arrow 的风险金模型来阐述投资者对待风险的态度，当 $r(w)<0$ 时，是递减绝对风险厌恶，$r(w)>0$ 是递增绝对风险厌恶，$r(w)=0$ 是不变绝对风险厌恶。因假定投资者都是风险厌恶的，有 $r(w)>0$，表明绝对风险厌恶系数 $r(w)$ 越大，投资者的风险厌恶程度越高。如果 $r(w)$ 是关于 W 的增函数，说明投资者随着财富的增加，风险厌恶程度变强，那么对风险较大资产的绝对投入将减小。如果 $r(w)$ 是关于 w 的减函数，说明投资者随着财富的增加，风险厌恶程度变弱，对较大风险资产的绝对投入会增加。可以证明，绝对风险厌恶系数递减的必要条件是 $U'''(w)>0$。显然，绝对风险厌恶系数 $r(w)$ 与投资者的财富水平有关。

2. *效用函数簇*

根据研究的需要，先定义风险容忍（Risk Tolerance）指标：

$$\gamma = \frac{1}{r(w)} \tag{2-3}$$

风险容忍指标是绝对风险厌恶系数的倒数。在实际分析中，通常假设投资者具有线性风险容忍指标（Linear Risk Tolerance，LRT），用来表现风险厌恶特征的效用函数，基本上都属于双曲绝对风险厌恶（Hyperbolic Absolute Risk Aversion，HARA）或者线性风险容忍（Linear Risk Tolerance，LRT）函数簇。效用函数 HARA 具有线性风险容忍指标，见式（2 – 4）。

$$U(W) = \frac{1-\gamma}{\gamma}\left(\frac{\beta w}{1-\gamma}+\eta\right)^{\gamma}, \gamma\in(-\infty,0)\cup(0,1), \eta\geq 0, \beta>0 \tag{2-4}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

由式（2－3）和式（2－4）有：

$$\tilde{r}(w)=\frac{w}{1-\gamma}+\frac{\eta}{\beta} \quad (2-5)$$

由式（2－5）可知，当 $\gamma>1$，具有 HARA 类效用函数的投资者随着财富的增加而对风险的厌恶程度降低，当 $\gamma<1$ 时，则呈现递减风险厌恶特征。

下面考察 HARA 效用函数的几个特例①：

（1）当 $\gamma\to1$ 时，可以得到线性效用函数，这是风险中性投资者所具有的效用函数。

（2）当 $\gamma=2$ 时，有二次效用函数（Quadratic Utility）：

$$U(w)=w+Aw^2 \quad (2-6)$$

其中，$A=-\frac{\beta}{2}$、$A<0$。二次效用函数的形状如图 2－1 所示。

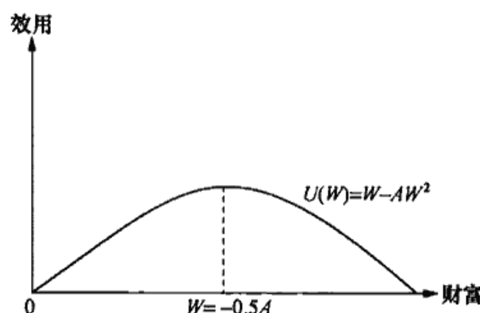


图 2－1　二次效用函数和递减绝对风险厌恶

从图 2－1 可以看出，一旦财富规模超过最大值点，财富增加会导致投资者效用满足程度降低。由于 $r(w)=\frac{\beta^2}{(1-\beta w)^2}>0$，此时的投资者将风险资产视为劣等商品。为了保证使用的需要，一般把财富定义在［0，－0.5A］之间。

（3）$\gamma\to\infty$，$\eta=1$ 时，HARA 函数简化为负指数效用函数：

$$U(w)=-e^{-\beta w}$$

（4）$\gamma<1$，$\eta=0$ 时，HARA 函数简化为幂效用函数：

$$U(w)=\frac{w^\gamma}{\gamma}$$

（5）$\beta=1$，$\eta=0$，$\gamma\to0$ 时，则得到对数效用函数或者弹性边际效用函数：

① 邵宇．微观金融学及其数学基础［M］．清华大学出版社，2008.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$U(w) \to \ln w$

显然，HARA 函数内容相当广泛，在微观金融分析中，一般假定投资者具有 HARA 类效用函数。

（二）随机占优理论

尽管期望效用理论是不确定情形下决策行为的理论基础，由于不能很好地给出投资者效用函数的具体形式，因此不能直接应用于投资组合的选择。但在分析风险测度与期望效用最大化是否一致时，需要随机占优理论①。随机占优理论是研究群体决策行为的理论，这里的“随机”是指可供群体成员选择的决策对象——某种以随机变量描述的行动集合，如在证券组合选择理论中，股票就是这种被选择对象，所谓“占优”就是群体一致地认为较好的决策规则。随机占优理论是在期望效用理论的基础上发展起来的，利用效用函数的一部分信息，但不要求具体的效用函数形式。常见的随机占优有一阶随机占优和二阶随机占优，一阶随机占优和二阶随机占优分别反映了投资者偏好的非满足性和风险厌恶性。在随机占优理论框架下可以将风险度量与不确定情形下的决策行为联系起来，进而来评价和选择风险测度指标及投资组合选择模型。

二、投资组合收益和风险的测度

在建立投资组合选择模型时，首先要确定资产组合收益和风险的度量方法。金融资产的回报通常用收益率来度量，收益率描述了资产价格的相对变化量，常用的收益率有简单收益率（Simple Return Rate）和连续复合收益率（Continuous Compounding Return Rate）两种。

（一）投资组合收益的度量

1. 简单收益率

对于一个投资期为 T 的投资，其简单收益率可用下式计算：

$$r_t = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \tag{2-7}$$

其中，P_t 表示金融资产在时刻 t 的价格；r_t 表示资产从 $t-1$ 到 t 时刻间的简单净收益率；r_t+1 为简单总收益率。对于某个资产包含多个周期投资的收益，

① 唐爱国．广义随机占优理论论群体决策、收入分配与风险管理［M］．北京大学出版社，2004.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

可以计算包含整个周期的简单总收益率，显然，从时刻 $t-k$ 到时刻 t 的简单总收益率为若干个单期总收益率的乘积：

$$1+r_t(k)=\frac{P_t}{P_{t-k}}=(1+r_t)(1+r_{t-1})\cdots(1+r_{t-k+1}) \tag{2-8}$$

其中，r_t（k）表示包含这 k 个期限的多期收益率。尽管可以对长短不同的期限计算资产的收益率，实际中，通常的收益率是以年为一个周期的年收益率，并利用式（2-8）在年收益率和不同时间期限的收益率之间进行转换。年度化的收益率可定义如下：

$$r_t(k) = \prod_{j=0}^{k-1}(1+r_{t-j}) - 1 \tag{2-9}$$

一般情况下，当单期收益率比较小时，通常对年收益率取一阶泰勒展开作为近似，即有：

$$r_t(k) = \sum_{j=0}^{k-1} r_{t-j} \tag{2-10}$$

对于一个由 n 个资产组成的投资组合 P，如果已知各资产在同一时间期限内的收益率为 r_i，$i=1$，2，…，n，每个资产在该组合中投资比例分别为 w_i，$w_i>0$ 满足。

$$\sum_{i=0}^{n} w_i = 1 \tag{2-11}$$

则该资产组合在该时间期限内的收益率为：

$$r_P = \sum_{i=0}^{n} w_i r_i \tag{2-12}$$

2. 连续复合收益率

资产的连续复合收益率 x_t 是资产总收益率（$1+r_t$）的自然对数：

$$x_t=\log(1+r_t)=\log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)=\log P_t-\log P_{t-1}=p_t-p_{t-1} \tag{2-13}$$

其中，$p_t=\log$（P_t），资产的多时期连续复合收益率等于资产每个时期连续复合收益之和，对数收益率按时间序列加总应用的是加法过程，而简单收益率应用的是乘法过程。

计算投资组合的收益率时，需要对不同资产的收益率进行加总，此时对数收益率的计算比较复杂，资产组合的百分比收益率是各成分资产百分比收益率的加权值，但对数收益率却并非如此。设组合的期初价值为 P_0，期末价值为 P_1，证券 i 的连续复利收益率为 x_i，则组合的连续复利收益率为：

$$x_P = \log\left(\frac{P_1}{P_0}\right) = \log(1+r_p) = \log\left(\sum_{i=1}^{n} w_i e^{x_i}\right) \tag{2-14}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

通常，由于计算的时间较短且收益率都比较小，组合的连续复合收益率可以用每个成分资产的连续复合收益率的加权平均近似表示，即：

$$x_p = \sum_{i=1}^{n} w_i x_i \tag{2-15}$$

3. 投资组合未来收益的度量

通常情况下，组合收益序列可以用某一概率分布来刻画，由于资产收益率不服从正态分布，大多数资产（如证券资产）呈现出尖峰厚尾的特征，因此可以假定未来收益服从广义误差分布、t 分布和广义 Pareto 分布等具有厚尾特征的分布。

在概率分布未知的情况下，常用收益率的数学期望来衡量投资组合未来收益率，通常期望用样本的算术平均值来表示：

$$\tilde{r} = \frac{1}{T}\sum_{i=1}^{T} r_i \tag{2-16}$$

其中，r_i 为收益的第 i 个观测值。

数学期望反映了投资组合未来收益的一般趋势，但要刻画历史收益率序列的动态特征，依靠单一期望值远远不够，考虑采用 ARMA（p，q）模型作为股票收益率的均值方程，由于实际 ARMA（1，1）拟合性较好，常采用 ARMA（1，1）模型，如下式：

$$r_t = a + \phi r_{t-1} + \theta a_{t-1} + a_t \tag{2-17}$$

其中，$\{a_t\}$ 为随机扰动项，并且假设其服从正态分布或 t 分布。

在后文的收益率情景生成的过程中，将使用 ARMA（1，1）模型。

（二）投资组合风险的测度

不确定性的存在就意味着风险。美国经济学家、芝加哥学派创始人 Knight 在其 1921 年出版的名著《风险、不确定性及利润》中，全面地分析了风险与不确定性的关系。Knight 认为，真正的不确定性与风险有着密切的联系，也有本质的区别。不确定性表示人们根本无法预知没有发生过的将来事件，指不可度量的风险，而风险不仅取决于不确定性因素的不确定性的大小，而且还取决于收益率函数的性质。所以，风险被认为是从事后角度来看的由于不确定性因素而造成的损失。William 等认为，风险就是一种指可度量的不确定性。他们将不确定性理解为事件发生的多种最终可能结果。Charles 则认为，风险是决策者面临的一种状态，即能够事先知道事件整个发生的概率分布，然而由于不确定的状态，决策者不能预知事件发生最终结果的可能状态以及相应的可能性大小（概率分布）。在这里，并不严格区分风险和不确定性差异。

在实际投资中，投资者关注的是损失的可能性，因为只有损失才是真正的风

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

险。Stone 和 Yates（1997）认为损失有三种表现形式，即损失、损失的重要性以及与损失相联系的不确定性。损失是一种情景特征，具有多样化特点。损失的重要性是指损失相对于个体的重要程度，结果越重要，相应的风险就越高。损失的不确定性则包含四个方面：冒险行为的不确定性、损失类别的不确定性、对于某类损失感知的不确定性以及不确定性的等级。可见，风险包括主观上的不确定性，也包括客观上的不确定性，本书主要测度客观上的风险。

1. *方差和标准差*

最基本的风险度量方法是计算资产收益分布的波动性，即计算资产收益分布的方差或标准差，对于资产收益率对称分布的情形，用方差作为风险度量是比较有效的。Markowitz（1952）提出的均值—方差模型（M－V 模型）便是建立在这样的基础上的。

考虑一个有 n 种风险资产构成的投资组合，假设各资产的收益都是呈正态分布，并用方差来描述可能的收益对期望收益的偏离程度，对这样的投资组合，其风险可表示为：

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \qquad (2-18)$$

其中，σ_p^2 为投资组合的风险（方差）；σ_i 为资产 i 收益分布的标准差；w_i 为资产 i 在整个投资组合中的权重；ρ_{ij}为资产 i 和资产 j 收益分布间的相关系数。

相应地，标准差为方差的平方根，方差或标准差的值越大，投资组合所面临的风险就越高。标准差是最常见的风险测度指标，在风险管理中处于重要地位。

以收益率的方差或标准差作为风险测度指标存在一定的缺陷，许多学者从不同的方面进行了阐述。第一，方差度量风险的条件是要求资产投资收益率及其联合分布是正态的。但实际金融市场中存在大量的非高斯分布的情况（如尖峰厚尾分布），基本上否定了投资收益正态分布的假设。第二，方差或标准差不能给出一定数量的损失发生的概率或一定概率水平下的具体损失有多大。第三，方差或标准差衡量的是资产的收益率对其期望值的偏离程度，它将收益率高于和低于期望值都看作是潜在的风险，而实际中，投资者并不把收益率高于期望值的可能情况视为不利的结果，更加关注收益率低于期望值的情况。第四，方差或标准差不能刻画金融收益率序列波动聚集性特征。

2. *平均绝对偏差*（MAD）

学者们已经证实金融收益率序列有尖峰厚尾的现象，平均绝对偏差（MAD）的提出是作为经典的投资组合度量均值—方差的替代，目的是在投资组合分析中减少异常值的影响。Konno 和 Yamasaki（1991）以平均绝对偏差为风险测度构建了投资组合选择模型，分析发现，在处理大规模投资组合选择问题时，基于平均绝对偏差（MAD）的投资组合选择模型要优于 Markowitz 的均值方差模型

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（M－V模型）。

平均绝对偏差（MAD）以收益率和它的期望值之差的绝对值的平均值表示：

$$\sigma_{MAD}=E\left|\sum_{i=1}^{n}w_ir_i-E\left(\sum_{i=1}^{n}w_ir_i\right)\right| \qquad (2-19)$$

其中，r_i 为资产 i 的收益率。由式（2－19）知，平均绝对偏差测度的是投资组合的总风险。与标准差相比，可以减少异常值的影响，数值不会出现剧烈波动。但由于投资者对相对于均值的每一单位的偏离都赋予相同的权重，没有考虑不同风险水平的影响。同时平均绝对偏差模型是投资组合投资头寸的分段线性凸函数，可以用线性规划进行投资组合选择，不过模型不具备良好的解析性质，无法给出投资组合解的解析表达式。

3. 下偏风险测度方法

用标准差和平均绝对偏差测度风险，人为地要求正负偏差之间是对称的。但实际上，投资者和管理者对于均值以上和均值以下偏差的看法具有明显的非对称性，以标准差和平均绝对偏差测度风险有违投资者的真实心理感受。为了克服这方面的不足，长期以来，人们不断寻找既能具备理论上的完美性，又能符合投资者真实心理感受的新的度量方法。因此，学者们提出了下方风险测度方法。下面就具体介绍下偏矩（LPM）、风险价值（VaR）这两个下方风险测度指标。

（1）下偏矩（LPM）。下方风险测量涉及低于目标回报所有可能的回报，这种风险测量低位部分矩（Lower Partial Moments，LPM_q），就是只有收益率分布的左尾部分才被作为风险衡量的计算因子。在既定目标下，用 LPM_q 度量一个离散分布投资收益率序列的风险，对资产回报分布是离散的情形，Harlow（1989）将 LPM_q 定义为：

$$LPM_q=\sum_{\gamma\in(-\infty,x)}P_p(\mu-R_p)^q \qquad (2-20)$$

其中，P_p 是资产组合收益 R_p 发生的概率；μ 为目标收益率；$q=(0,1,2)$，由效用函数的类型所决定。q 取不同的值，反映了 LPM 的不同含义。LPM_0 适合财富边际效用为正的投资者（$U'>0$），而 LPM_1 适合风险规避型的投资者（$U'>0$，$U''<0$），LPM_2 适合具有偏斜偏好（Skewness Preference）的风险规避型投资者（$U'>0$，$U''<0$，$U'''>0$），LPM_2 与方差类似，称为目标半方差。

从理论上讲，下偏矩风险度量指标优于方差度量指标。尽管下偏矩方法在理论上优于方差，但使用下偏矩度量方法时只是描述了收益的不确定性——偏离平均收益的程度，并没有确切给出资产组合的损失大小及发生的可能性。在这种情况下，管理者只能根据自己的经验进一步判断发生损失的可能性。下偏矩度量风险方法也没有考虑到投资者对不同风险的承受能力或偏好，在实际应用中受到一

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

定的限制。另外，下偏矩度量的计算比方差复杂，因为需要确定目标收益率 μ 和阶数 q。

（2）风险价值（VaR）。

1）VaR 相关概念。VaR 是指一定概率水平下，投资组合在未来持有期内的最大可能损失。它是 30 集团（Group of Thirty）于 1993 年提出的度量投资组合总体风险的有力工具。自 VaR 方法出现以来，得到了广泛关注，对 VaR 的研究出现了前所未有的高潮。因为 VaR 功能不仅仅局限于风险度量，而是成为风险管理的新标准，越来越多的金融机构开始运用 VaR 方法披露信息、控制风险以及管理风险。

VaR 具体定义有几种不同的版本，但基本意思是一致的，其中 Jorion（1997）给出的定义比较权威，因此我们采用 Jorion 的定义。

定义 2.1 对于一个给定的投资组合 P，在将来一给定的持有期 Δt 内，和给定的置信水平 α 下。投资组合 P 可能遭受的最大损失称为该投资组合的风险价值（Value at Risk，VaR）。用数学公式表示为：

$$Prob\ (\Delta P < -VaR) = 1-\alpha \qquad (2-21)$$

其中，ΔP 表示投资组合 P 在持有期 Δt 内的价值变动量。

VaR 本身是一个数字，属于统计概念的范畴。VaR 回答了发生损失大于给定的 VaR 的概率为 $1-\alpha$。也就是以 α 的概率确保损失不会超过 VaR。如某公司每天交易的有价证券的日 VaR 值在 95% 的置信水平下为 50 万，这就是说，在正常的市场条件下，在今后 24 小时内发生大于 50 万亏损的可能性为 5%，或者说该公司以 95% 这一数据不仅给出了公司市场风险暴露的大小，同时也给出了损失的概率。

从定义可以得出，计算一个证券组合的 VaR 值时需要三个方面的信息：

①置信度 α 的选取。在计算 VaR 时选择不同的置信度，在一定程度上反映了承担风险的主体对于风险的偏好和对其交易的谨慎度，α 越大，说明投资者越厌恶风险，故 α 的选取是一个主观因素。一般取值范围为 95% ~99.9%，如果管理者非常谨慎，那么可以取比较大的置信度，如 99%；反之可以取比较小的置信度，如 95%。

②持有期 Δt 的选取。持有期 Δt 的选取依据资产所面临风险的特点来确定。对于衍生证券等一些流动性强的交易头寸，通常按日计算其风险收益和 VaR 值；对于养老基金等期限较长的头寸，通常按月计算其风险收益和 VaR 值；对于银行来说持有期的取值取决于资产组合调整的频率。因此，持有期 Δt 的选取也是一个主观因素。

③估计资产组合价值变化的概率分布。由于资产组合庞大且复杂，直接估计

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

其未来收益率和风险比较困难，因此通常采用的做法是将每一个资产映射成一系列“市场因子”的组合，通过预测市场因子未来的变化趋势，确定资产组合与市场因子之间的关系，来估计资产组合未来的风险和收益。如果能够确定出资产组合价值变化的概率分布函数F(·)，则VaR值就能计算出来。由此可见，置信度α和持有期Δt的选取比较容易，而估计资产组合未来价值变化的概率分布则是一件困难的事情。

2）VaR的三种基本计算方法。VaR计算的核心在于投资组合未来价值变化ΔP（Δt，ΔF）的概率分布，其中Δt是计算VaR的持有期，ΔF是市场因子在未来时间内的变化。围绕这一核心产生了三种基本方法：参数方法、历史模拟法和蒙特卡罗模拟法。

①参数法根据资产价值函数性质的不同，分为Delta类方法和Gamma类方法。

考虑一个投资组合$x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$，其中$x_i$表示对第$i$种资产的投资权重，$i=1, 2, \cdots, n$。$t$时刻$n$种资产的价值向量为$v=(v_1, v_2, \cdots, v_n)^T$，投资组合$P$价值为$V=\sum_1^n x_i v_i$，在未来持有期$\Delta t$内，该组合价值变动为：

$$\Delta V = \sum_{i=1}^{n} x_i \Delta v_i \tag{2-22}$$

其中，Δv_i表示Δt内资产i的价值变动。

假定每种资产的价值都有k个市场因子确定，且k个市场因子服从联合正态分布，市场因子向量为$F=(f_1, f_2, \cdots, f_n)^T$。如果所有$n$个资产的价值函数$v_i$（$F$，$t$）是每一个市场因子$f_j$的线性函数，那么投资组合价值变动可以表示为：

$$\Delta v(x) = \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\partial_i(F,t)}{\partial t}\Delta t + \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial_i(F,t)}{\partial f_j}\Delta f_j = \mu_p + \sum_{j=1}^{K} \delta_j \Delta f_j \tag{2-23}$$

其中，μ_p是由时间变化所引起的组合价值的变动量。

$$\mu_p = \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\partial v_i(F,t)}{\partial t}\Delta t \tag{2-24}$$

δ_j表示n种资产价值的δ系数对于第j个市场因子的累计值。

$$\delta_j = \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\partial v_i(F,t)}{\partial f_j}, j = 1,2,\cdots,K \tag{2-25}$$

由式（2－25）得ΔV方差为：

$$VaR(\Delta V) = E[(\mu_p + \sum_{j=1}^{K} \delta_j \Delta f_j) - E(\mu_p + \sum_{j=1}^{K} \delta_j \Delta f_j)]^2 = \delta^T \sum{}_F \delta \tag{2-26}$$

其中，$\delta = \frac{\partial V(F,t)}{\partial F} = (\frac{\partial V}{\partial f_1},\cdots,\frac{\partial V}{\partial f_k})^T = (\delta_1,\delta_2,\cdots,\delta_k)^T$；$\sum_F$表示市场因子协

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

方差矩阵 $\sum_F = (\delta_{ij})_{K\times K}, \delta_{ij} = \text{cov}(\Delta f_i, \Delta f_j), \delta_{ii} = VaR(\Delta f_i)$。

由式（2－26），投资组合 P 的 VaR 为：

$$VaR_p = Z_\alpha \sqrt{\delta^T \sum_F \delta}\ \sqrt{\Delta t} \tag{2-27}$$

其中，Z_α 是标准正态分布对应于置信度 α 的分位点；Δt 是持有期，这就是所谓的 Delta 类方法。在这类方法中，方差和协方差矩阵估计方法的不同对应不同的具体方法，如方差用 LARCH 模型来估计，就对应着 Delta－LARCH 方法。对于线性资产，如股票、远期利率协议及远期汇率协议等，Delta 类方法是比较准确的。但是对于包含期权头寸的非线性程度高的资产来说，Delta 类方法的误差太大，因此，需要将组合价值变动函数展开成二阶近似，这样就可以得到 Gamma 类方法。

将投资组合价值变动函数 ΔV 展开为二阶近似，有：

$$\Delta V = \mu_p + \mu^T \Delta F + \frac{1}{2}\Delta F^T \Gamma \Delta F \tag{2-28}$$

其中，μ_p 含义同前，$\Delta F =$（Δf_1，Δf_2，…，Δf_k）^{T} 表示 k 个市场因子的变动向量。

$$\Gamma = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 V}{\partial f_1^2} & \cdots & \frac{\partial^2 V}{\partial f_1 f_k} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial^2 V}{\partial f_k f_1} & \cdots & \frac{\partial^2 V}{\partial f_k^2} \end{bmatrix}$$

这是资产价值函数的二阶海森矩阵，由此可以得到组合价值变动的方差：

$$VaR(\Delta V) = VaR(\delta^T \Delta F) + \frac{1}{4}VaR(\Delta F^T \Gamma \Delta F) + \text{cov}(\delta^T \Delta F, \frac{1}{2}\Delta F^T \Gamma \Delta F) \tag{2-29}$$

根据 Stein 引理，式（2－29）中 cov（$\delta^T \Delta F$，$\frac{1}{2}\Delta F^T \Gamma \Delta F$）＝0，因此可以简化为：

$$VaR(\Delta V) = VaR(\delta^T \Delta F) + \frac{1}{4}VaR(\Delta F^T \Gamma \Delta F) \tag{2-30}$$

从而，投资组合的 VaR 为：

$$VaR = Z_\alpha \sqrt{\delta^T \sum_F \delta + \frac{1}{2}tr(\sum_F \Gamma)^2}\ \sqrt{\Delta t} \tag{2-31}$$

这就是所谓的 Gamma 类方法，如果考虑到方差的估计方法不同，就可以得到各种 Gamma 方法，如方差用 LARCH 模型估计，就有 Gamma－LARCH 模型。

②历史模拟法。历史模拟法是借助计算过去一段时间内资产组合风险收益的

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

频率分布，确定一段时间内投资组合的平均收益，以及既定置信水平下的最低收益水平来推算 VaR 的值。其隐含的假定是历史变化在未来可以重现。我们用一个例子来说明历史模拟法的计算。

假定有一只股票的过去 101 个交易日的收盘价，计算下一个交易日，置信度为 95% 的 VaR 值，计算过程如表 2 - 1 所示。

表 2 - 1　历史模拟法下的 VaR 计算

交易日	收盘价（单位：元）	损益（单位：元）	排序后的损益（单位：元）	编号
-100	18.48			
-99	18.61	0.13	-0.52	100
-98	18.50	-0.11	-0.51	99
-97	18.79	0.29	-0.43	98
-96	18.69	-0.11	-0.39	97
-95	18.49	-0.20	-0.37	96
-94	18.57	0.08	-0.35	95
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
0	18.58	0.16	1.28	1

表中第一列给出过去 101 个交易日，第二列表示对应的收盘价，第三列为计算所得的每个交易日的损益，第四列表示按升序重新排列后的损益，最后一列是为便于理解给出的编号。由于计算的是 95% 下的 VaR，因此，只需要在第五列找编号为 95 对应第四列的损益，即 -0.35，取绝对值可得该股票下一个交易日的 VaR 为 0.35 元。对于单只股票，VaR 的计算比较简单，对于一个投资组合，就要复杂一些，但基本思想是一致的。

③蒙特卡罗模拟法。蒙特卡罗模拟法又称随机模拟法，其基本思想是重复模拟影响资产价值变动的市场因子的随机过程，使模拟值包括大部分可能的情况，通过模拟得到市场因子的整体分布情况，在此基础上求出 VaR 值。用蒙特卡罗模拟法计算 VaR 分为三步：

第一步，情景产生。选择市场因子变化的随机过程和分布，估计其中相应的参数；模拟市场因子的变化路径，建立市场因子未来变化的情景。

第二步，组合估值。对市场因子的每个情景，利用定价公式或其他方法计算组合的价值及其变化。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第三步，估计 VaR。根据组合价值变化分布的模拟结果，计算出给定置信度下的 VaR。

在模拟资产（如股票或股票指数）或市场因子的价格变化轨迹时，首先也是最关键的一步是选好价格变化的随机过程，最常用的过程是几何布朗运动，即有：

$$dS_t = \mu_t S_t dt + \sigma_t S_t dy_t \tag{2-32}$$

其中，y_t 满足标准的布朗运动；$dy_t = z\sqrt{dt}$；S_t 为资产在时刻 t 的价值；z 为满足标准正态分布的随机变量；参数 μ_t 和 σ_t 分别代表瞬时漂移率和波动性。在通常情况下，假定它们为常量，也可以假定它们为变量，用指数加权滑动平均法或 GARCH 过程来估计。

在模拟单个资产（或市场因子）的价格变化轨迹时，首先将式（2－32）离散化，有：

$$\Delta S_t = S_t(\mu_t \Delta t + \sigma_t \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}) \tag{2-33}$$

其中，$\Delta t = \frac{(T-t)}{m}$，$t$ 为当前时刻，T 为到期时间，m 表示模拟时把模拟路径分成的段数；$\Delta S = S_{t+1} - S_t$；ε_t 表示标准正态分布的随机变量。式（2－33）又可表示为：

$$S_{t+1} = S_t(1 + \mu_t \Delta t + \sigma_t \varepsilon_t \sqrt{\Delta t}) \tag{2-34}$$

在 t 时刻，已知 S_t，并估计出相应的参数 μ_t 和 σ_t，产生随机序列 ε_i，$t=1$，2，…，m，将 ε_1 代入式（2－34），得到 S_{t+1}，再估计出 μ_{t+1} 和 σ_{t+1}，将它们及 ε_2 代入式（2－34），得到 S_{t+2}，依次类推，最终得到 $S_{t+n} = S_T$。将这个过程重复多次（如 1 万次），就可以得到 T 时刻的多个可能的价格，从而得到多个可能损益。然后根据给定的置信度，确定分位数，就可以得到资产（或市场因子）的 VaR。

实际金融市场中，证券组合通常包括多个市场因子，因此需要模拟多个变量的情况。多变量随机模拟的基本原理与单变量相同，只是随机序列的产生方法不同。考虑 n 个随机变量，如果变量间完全不相关，可以分别独立产生 n 个随机数序列。如果多变量间存在相关性（假定其协方差阵为 $\sum$），那么在模拟中需要产生一个 $n \times 1$ 维随机向量序列 Z，使其协方差阵为 $\sum$。随机向量序列 Z 的产生方法如下：

（1）产生一个 $n \times 1$ 维随机向量 $Y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)^T$，$y_i \sim N(0, 1)$，$y_i$ 与 y_j 独立。

（2）对协方差矩阵进行 Cholesky 分解，$\sum = BB^T$，得到下三角阵 B。

（3）令 $Z = BY$，得到所需要的 Z。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

则随机向量 Z 保持原有多变量间存在的相关性。

如果随机向量序列服从多元非正态分布，则 Cholesky 分解不再适用，这时可以使用 BZW 提出的秩相关方法。在得到相关的随机向量 Z 以后，将 z_i（$i=1$，2，…，n）代人第 i 个市场因子的随机模拟过程式（2-34），就可以与单变量模拟一样，得到 T 时刻 n 个市场因子的多个可能价格，再根据定价公式，得到证券组合的多个可能价格，由此计算出损益，根据给定的置信度，确定分位数，可得证券组合的 VaR。

4. 条件风险价值（CVaR）

由定义可知，VaR 给出了投资组合在给定的时间内以及一定的置信水平下可能损失的临界值以及损失超过该临界值的概率，但没有提供超过 VaR 值损失的信息。同时 VaR 作为投资组合 x 的函数，有一些令人不满意的数学性质，如不具有次可加性、非凸和多极值等，这些性质影响了以 VaR 作为目标或约束函数确定最优的投资组合选择。这里介绍一种新的风险度量：条件风险价值（CVaR），CVaR 作为对 VaR 方法的一种改进，是由 Rockafellar 和 Uryasev（2000）提出的。还有许多学者提出了其他一些与 CVaR 类似的指标，如 ES 模型（Expect Shortfall）、TCE 模型（Tail Conditional Expectation）、WCE 模型（Worst Conditional Expectation）、均值超额损失（Mean Excess Loss）等，这些风险测度指标在定义上有一定差别，但在一定的条件下可相互转化。

（1）VaR 与 CVaR 的关系。对于风险资产集合 $P=\{1, 2, \cdots, n\}$，设投资权重为 $x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$，权重向量 x 为决策向量。设 $f(x, y)$ 为与决策向量 x 和市场因子向量 y 相关的益损函数，随机变量 y 的概率密度分布函数为 $p(y)$，则组合益损 $f(x, y)$ 不超过某一给定值 β 的概率由下式给出：

$$\varphi(x,\beta)=p\{y:f(x,y)\leqslant\beta\} \tag{2-35}$$

或

$$\varphi(x,\beta)=\int_{f(x,y)\leqslant\beta}p(y)dy \tag{2-36}$$

对于给定的 x，作为 β 的函数 $\varphi(x, \beta)$ 是同 x 相关的益损的累计分布函数。关于 β 非减，右连续，但未必左连续（由于概率的跳跃性）。但是可以假定概率分布不存在跳跃，在这样的假设下 $\varphi(x, \beta)$ 关于 β 处连续。以下定义给出 $\alpha-VaR$。

定义 2.2 给定置信水平 $\alpha\in(0, 1)$ 及决策变量 x，称：

$$VaR_\alpha(x)=\min\{\beta\in R:\varphi(x,\beta)\geqslant\alpha\} \tag{2-37}$$

是在置信水平 α 下关于决策 x 的一个 $\alpha-VaR$ 损失值。

即投资组合 P_x 在置信水平 α 下的 VaR 损失值是由所有满足 $\varphi(x, \beta)=\alpha$ 的 β 值组成的区间的左端点。

定义 2.3 给定置信水平 $\alpha\in(0, 1)$，及决策变量 x，称：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$CVaR_\alpha(x) = (1-\alpha)^{-1}\int_{f(x,y)\geq VaR_\alpha(x)} f(x,y)p(y)dy \quad (2-38)$$

是在置信水平 α 下关于决策 x 的一个 $\alpha-CVaR$ 损失值。

由定义看出，$CVaR_\alpha(x)$ 为组合 P_x 的损失 $f(x,\ y)$ 超过 $VaR_\alpha(x)$ 的期望值。

以上在分布函数 $\varphi(x,\ \beta)$ 是无间断点的连续函数时，给出了 CVaR 的定义及与 VaR 之间的关系，给定这样的假设，目的是为了使得 CVaR 保持次可加性，从而满足 Pflug 等（2001）提出的一致性风险度量定义。

（2）CVaR 与 TCE、WCE 的关系。首先定义分位数下的 VaR 及其相关概念。设 X 是概率空间（Ω，F，P）上的实值随机变量，它表示投资组合的损益。用 $E(\cdot)$ 表示概率 P 下的期望。置信水平为 $\alpha\in(0,\ 1)$。此外，需用到示性函数：

$$1_A(w) = \begin{cases}1, \omega\in A\\0, \omega\notin A\end{cases} \quad (2-39)$$

定义 2.4 （分位数）X 的下 α－分位数为：

$$x_{(\alpha)} = q_\alpha(X) = \inf\{x\in R: P(X\leqslant x)\geqslant\alpha\} \quad (2-40)$$

X 的上 α－分位数为：

$$x^{(\alpha)} = q^\alpha(X) = \sup\{x\in R: P(X\leqslant x)\leqslant\alpha\}\cup\inf\{x\in R: P(X\leqslant x)>\alpha\} \quad (2-41)$$

由 $\{x\in R:\ P\ (X\leqslant x)\ >\alpha\}\subset\{x\in R:\ P\ (X\leqslant x)\ \geqslant\alpha\}$ 知，$x_{(\alpha)}\leqslant x^{(\alpha)}$，而且有 $x_{(\alpha)}=x^{(\alpha)}$ 当且仅当对至多一个 x，满足 $P\ (X\leqslant x)\ =\alpha$。当 $x_{(\alpha)}<x^{(\alpha)}$ 时，参见 Acerbi（2002）文献，满足下式：

$$\{x\in R: \alpha=P(X\leqslant x)\} = \begin{cases}(x_{(\alpha)}, x^{(\alpha)}), P(X=x^{(\alpha)})>0\\(x_{(\alpha)}, x^{(\alpha)}), P(X=x^{(\alpha)})=0\end{cases} \quad (2-42)$$

定义 2.5 在分位数形式下，置信水平 α 下的 VaR 为：

$$VaR_\alpha = VaR^\alpha(X) = -x^{(\alpha)} = q_{1-\alpha}(-X)$$

记数 x 的正部：

$$x^+ = \begin{cases}x, x>0\\0, x\leqslant 0\end{cases}$$

x 的负部 $x^- = (-x)^+$。

定义 2.6 （TCE，尾部条件期望）假设 $E\ (-X^-)\ <\infty$，则在置信水平 α 下 X 的下 TCE 为：$TCE_\alpha = TCE_\alpha(X) = -E\ (X\mid X\leqslant x_{(\alpha)})$。

在置信水平 α 下 X 的上 TCE 为：$TCE^\alpha = TCE^\alpha(X) = -E\ (X\mid X\leqslant x^{(\alpha)})$。

实际上 $TCE_\alpha\geqslant TCE^\alpha$，通常用上尾部条件期望来衡量风险，从表达形式看，尾部条件期望刻画的是超过 VaR 值的期望损失。但 Acerbi（2002）已经证明尾部条件期望不满足次可加性，因此不是一致性风险度量。

定义 2.7 （WCE，最差条件期望）假设 $E(-X^-)<\infty$，则在置信水平 α

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

下 X 的 WCE 为：

$$WCE_\alpha = WCE_\alpha(X) = \inf\{E(X|A):A\in F, P(A)>\alpha\}$$

由定义，对于在同一概率空间中的任意随机变量 X 和 Y，有 $WCE_\alpha(X+Y)\leqslant WCE_\alpha(X)+WCE_\alpha(Y)$，即满足次可见性，因此是一致性风险度量。但因 $WCE_\alpha(X)$ 值还和标的资产的内在概率结构有关，它的计算比较复杂，也没有较好的性质，故只是理论探讨，并不实用。

此外，Artzner（1999）已给出 $WCE_\alpha \geqslant TCE^\alpha$，容易得到 $WCE_\alpha \geqslant TCE^\alpha \geqslant VaR^\alpha$。

针对 WCE_α（X）很难应用的缺点，Rockafellar 等（2000）提出了 CVaR 风险度量。定义如（2.7）。

定义 2.8 （CVaR 条件风险价值）假设 $E(-X^-)<\infty$，则在置信水平 α 下 X 的 $CVaR$ 为：

$$CVaR_\alpha = CVaR_\alpha(X) = \inf\{\alpha^{-1}E(X-s)^- - s; s\in R\}$$

Rockafellar 和 Uryasev（2000）已证明 CVaR 满足单调性、次可加性、正齐次性和平移不变性，也是一致性风险度量。

定义 2.9 （ES 预期损失）假设 $E(-X^-)<\infty$，则在置信水平 α 下 X 的 TM 为：

$$\bar{x}_{(\alpha)} = TM(X) = \alpha^-[E(X1_{X\leqslant x_{(\alpha)}}) + x_{(\alpha)}(\alpha - P(x\leqslant x_{(\alpha)}))]$$

则在置信水平 α 下 X 的 ES 为：

$$ES_\alpha = ES_\alpha(X) = -\bar{x}_{(\alpha)}$$

根据 Artzner（1999）和 Acerbi、Tasche（2002）证明了当 X 服从连续分布的时候，存在：

$$TCE^\alpha \leqslant WCE_\alpha \leqslant ES_\alpha \tag{2-43}$$

综合以上分析，可以发现风险度量 ES_α 最大的优点是保留了 VaR 的优点，弥补了它的缺点。ES_α 满足一致性的四条公理，从而是一致性风险度量，还有其他独特的性质。首先，ES_α 与 $CVaR_\alpha$ 是等价的。其次，ES_α 是 α 的单调非增连续函数，α 越小则风险越大。最后，在一定的情形下，ES_α 可以取到 WCE_α 的最大值。由于 $CVaR_\alpha$ 和 ES_α 具有上述的良好性质，因此被广泛地用于投资组合选择、信用风险度量、资产配置以及银行保险等领域。

三、金融衍生品的风险度量理论

（一）波动性风险度量理论

1. GARCH 风险度量方法

上一节阐述了金融资产价格的波动性度量研究，这些研究基本属于参数法。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

参数法通常假定有关资产或资产组合的价格变量数据变化有独立、没有相关关系，具有一致的正态分布特性。但资产或资产组合的实际收益率数据并不满足这样的假设，一方面，实际金融收益率序列具有尖峰厚尾特征，而并不符合正态分布假设；另一方面，金融时间序列数据存在波动聚集性特征。不过可以用 GARCH 方法来刻画收益率序列的聚集性和杠杆性。GARCH 方法是由 Bollerslev（1986）在 ARCH 方法的基础上发展起来的，一般的 GARCH（p，q）模型定义如下：

设$\{X_t\}$为一时间序列。

$$X_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^{p} a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_i \sigma_{t-j}^2 \tag{2-44}$$

其中，$w>0$，$a_i>0$（$i=1$，…，p），$\beta_j \geqslant 0$（$j=1$，…，q）为未知参数；p 为 *ARCH* 项的阶数；q 为 GARCH 项的阶数。若要使 X_t 为一宽平稳过程，则参数还应满足有界约束：$\sum_{i=1}^{p} a_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_i < 1$。式(2-44) 的前两个方程称为均值方程,后一方程为方差方程。

参数的非负性和有界性的条件限制了 GARCH 模型的使用。为了放宽非负的约束条件，Nelson（1991）给出了 EGARCH（p，q）模型，该模型结构如下：

$$y_t = \mu_t + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim N(0,1)$$

$$\ln(\sigma_t^2) = w + \sum_{i=1}^{p} a_i g(\varepsilon_t) + \sum_{j=1}^{q} \beta_i \ln(\sigma_{t-j}^2)$$

$$g(\varepsilon_t) = \theta\varepsilon_t + \gamma[|\varepsilon_t| + E|\varepsilon_t|] \tag{2-45}$$

EGRCH 模型能够反映正负干扰 ε_t 对股价波动的影响，即所谓“杠杆效应”。由于该模型的条件方差是关于 ε_t 的一次函数，可以较好地判断波动源的持续性。如果把约束条件变换为 $\sum_{i=1}^{p} a_i + \sum_{j=1}^{q} \beta_i = 1$，那么模型称为单整 GARCH（$p$，$q$）。此时，$\varepsilon_t$ 的无条件方差无界，不是宽平稳，但却是严平稳的，它刻画了条件方差波动的持续性。

有时，时间序列均值和条件方差之间存在某种相关关系，这时可以把条件标准差作为附加回归因子引入均值方程，可以解释一项金融资产的回报率。方差方程与 GARCH（p，q）模型相同，获得依均值的 GARCH（p，q）模型，即 GARCH（p，q）-M 模型：

$$y_t = \mu_t + \delta\sqrt{\sigma_t} + \varepsilon_t$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$\varepsilon_t = \sigma_t z_t, z_t \sim N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = w + \sum_{i=1}^{p} a_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q} \beta_i \sigma_{t-j}^2 \qquad (2-46)$$

把参数 GARCH（p，q）模型的均值方程与方差方程的函数形式一般化，可转换成为一般的非参数 GARCH（p，q）模型。其他相关模型在这里就不加赘述了。

上述这些参数 GARCH 模型大致可以分为两类：短期记忆 ARCH 模型和长期记忆 ARCH 模型。短期记忆 ARCH 模型包括线性 ARCH 模型、ARCH－M 模型、TARCH 模型、线性 GARCH 模型、EGARCH 模型等；长期记忆 ARCH 模型包括 LM－GARCH 模型、FIGARCH 模型、分整增广 GARCH－M 模型等。在这以上的模型中 t 时刻的条件异方差参数依赖于变量的滞后值和条件方差的滞后值，在基于某种特定分布的假定下，利用非线性极大似然法对模型进行参数估计。为了避免模型形式错误设定，通常人们要预先检验各种各样关于模型的形式及收益分布函数，在不考虑模型形式及收益率分布函数的条件下，非参数 GARCH 模型可作为一个补充。

2. SV 风险度量方法

随机波动率（SV）是 Taylor（1986）提出来的，该模型由一个不可观测的随机过程决定，可以用随机方程的离散化来表示，其一般形式如下：

$$y_t = \varepsilon_t \exp\left(\frac{h_t}{2}\right), t = 1, 2, \cdots, n$$

$$h_t = w + \beta(h_{t-1} - w) + \eta_t$$

这里，ε_t 和 η_t 相互独立，可以同期相关，且 ε_t 是一个鞅差分序列。通常假定 ε_t 服从标准正态分布，η_t 服从期望为零，方差为 σ_η 的正态分布，且 σ_η 未知。w 和 β 为常数，β 为持续性参数，可以刻画当前波动对未来波动的影响，当 $-1 < \beta < 1$，h_t 服从一个平稳正态的自回归移动平均过程，当 $\beta = 1$，服从一个随机游走过程。

一般情况下，SV 模型中扰动项 ε_t 服从正态分布，且 ε_t 和 η_t 不相关。如果 ε_t 和 η_t 负相关，就可以用 SV 模型来刻画金融时间序列的杠杆效应。假设 ε_t 和 η_t 的相关系数为 λ，具有杠杆效应的 SV 模型如下：

$$y_t = \varepsilon_t \exp\left(\frac{h_t}{2}\right), t = 1, 2, \cdots, n$$

$$h_{t+1} = w + \beta(h_t - w) + \lambda \eta_{t+1}, t = 1, 2, \cdots, n-1 \qquad (2-47)$$

其中，$\begin{pmatrix}\varepsilon_t \\ \eta_t\end{pmatrix} i.i.dN\left[\begin{pmatrix}0 \\ 0\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1, \lambda \\ \lambda, 1\end{pmatrix}\right]$

对 SV 模型，不少文献采用贝叶斯方法进行估计，并使用基于 Gibbs 抽样方

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

法的 MCMC 方法进行高微维积分得到相应的参数估计值和波动率的值。相比之下，GARCH 模型的参数估计要简单得多。对于哪一个能够更好地描述金融时间序列数据的特征，学术界没有达到统一的认识，通常认为刻画时间序列条件异方差时变特征时，GARCH 是适合的工具。Harvey 和 Kim 分别从不角度研究了 GARCH 和 SV 的联系与区别，提出两者可以用一个共同的随机方程来表示。Lehar 和 Scheicher 对期权定价进行研究，发现从定价误差的视角看，GARCH 模型要优于 SV 模型。Yang 和 lau 运用 SV 模型对股价指数的收益率波动进行研究，得出 SV 模型能够更好地对金融资产进行定价。在本书对权证收益率波动性的研究中，将采用 GARCH 方法进行处理。

（二）流动性风险度量理论

随着市场微观结构理论的发展，对流动性的研究也越来越细致。Schwartz（1992）提出流动性通常是指个人在现有的供需平衡条件下，能以自己满意的价格进行快速有效交易的能力。Engle 和 Lange（2001）给出一个具有良好流动性的证券市场，要求在该市场中任何交易指令均是零成本。这些仅仅是对流动性定性的描述。Kyle（1985）在理论模型中给出报价驱动机制下流动性的准确度量，他提出流动性好的市场必须具有如下三个性质：市场获利空间小，小额交易指令的交易成本比较小；市场有足够的深度，大额交易指令交易成本也比较小；市场有足够恢复的弹性，市场的任何偏离都会迅速得到纠正。根据 Kyle 描述，市场的流动性主要可以从紧度、深度和恢复度来进行定量刻画。

紧度是指交易价格偏离市场平均价格的幅度大小，是不考虑市场价格在绝对水平时的交易成本；深度是流动性度量中最重要的指标，重要含义主要包括：一是在对市场价格不产生任何影响条件下，这时投资者能完成的最大交易量。二是约定的一定时间期间、一定的资产价格在有效的振动幅度内指令簿上的所有指令；恢复度是价格偏离均衡价格以后，再向均衡价格回调时调整的速度。

流动性风险可以定义为“由于流动性不足导致的风险”。根据 Banagia 等（1999，2001）研究结果，市场上的流动性风险可以系统地概括为两个类别，一是与整体金融市场有关的、偏向个体投资者的，称为内生流动性风险；二是和所有投资者有关的，称为外生流动性风险。具体来讲，内生流动性风险是指在整个金融市场中的所有市场参与者所面临的与所持有资产的流动性大小、资产头寸规模的大小、交易控制策略有关的风险；外生流动性风险是指全市场范围内投资者所面临的共同性流动性风险，与整体市场的特性有关。其实，这两种风险可与 Markowitz 投资组合理论中的系统风险和非系统风险相类比。外生流动性风险对所有处于该市场的投资者都是相同的，与投资者的个人偏好没有关系，投资者对

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

外生流动性风险的规避只能通过不同类别中的资产配置进行；不过，对于不同的市场参与者，内生流动性风险会呈现很大的差异，一般情况下，持有具有很高流动性资产的市场参与者通常会面临较低的内生性风险，持有较大规模头寸的投资者面临较高的内生性流动性风险。因此，市场参与者可以通过持有具有很高流动性的资产和降低资产的持有规模来降低所承受的流动性风险。

在外生流动性风险度量理论方面，Carbade 和 Silber（1979）提出将流动性风险与市场中交易者到达速率、证券价值波动和证券交易价格波动联系起来。具体是将证券均衡价值和证券交易价格两个随机变量之差的方差作为流动性风险的度量。

假定市场上有 K 个投资者，每个投资者具有初始禀赋 E，且都有一个保留价格 r_i，$i=1$，…，k，对证券的需要方程为：$D_i(p_t)=E+a(r_i-p_t)$。

假设在 t 时刻，证券的真实价值为 m_t，这一时刻市场清算价格 p_t 服从均值为 m_t，方差为 σ^2 的正态分布：

$$p_t=m_t+\varepsilon_t,\quad \varepsilon_t\sim N\left(0,\ \frac{\sigma^2}{K}\right) \tag{2-48}$$

从式（2-48）可以发现，随着 K 的增长，p_t 的分布逐步逼近 m_t 的分布。当市场中的投资者足够多时，市场清算价格近似证券真实价值。

若证券真实价值满足如下过程：

$$m_t=m_{t-1}+e_t,e_t\sim N(0,\tau\varphi^2)$$

其中，τ 表示市场清算时的时间间隔长度；φ^2 表示证券资产的真实价值在单位时间内变动的方差；e_t，ε_t 相互独立。

另设 θ 表示单位时间内投资者到达市场的速率，式（2-48）可以变换为：

$$p_t=m_t+\varepsilon_t,\varepsilon_t\sim N\left(0,\frac{\sigma^2}{\theta\tau}\right) \tag{2-49}$$

若投资者在 $t-0.5$ 时刻发出 t 时刻的交易指令，将交易决策时证券资产的真实价值，与交易完成后成交价格之差的方差作为流动性风险的度量指标 LR_t：

$$LR_t=VaR[p_t-m_{t-0.5}]=VaR[(p_t-m_t)-(p_t-m_{t-0.5})] \tag{2-50}$$

式（2-50）可以转化为：

$$LR_t=\frac{\sigma^2}{\theta\tau}+\frac{\tau\varphi^2}{2} \tag{2-51}$$

从式（2-51）可以发现，投资者面临的流动性风险与证券真实价值的波动成正比，与证券交易价格的波动成反比，与单位时间内交易者到达市场的速率成反比。

Banagia 等（1999，2001）提出将报价中点价格作为交易价格的替代，计算现实成交价格与报价中点价格的差值，以该差值的变动所导致的可能性损失为外

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

生流动性风险的度量。

$$LiqRisk_t = \frac{P_t(S + Z_a\sigma)}{2} \tag{2-52}$$

其中，P_t 为 t 时刻的报价中点价格；$\tilde{S}$ 为正常市场环境中的平均相对价差；$\tilde{\sigma}$ 表示为平均相对价差的波动率；Z_a 为正态分布的分位数，$LiqRisk_t$ 表示为置信度 a 下，由于外生流动性风险而导致的最大可能损失。

在内生流动性风险度量方面，大多数研究是在传统的风险度量指标中加入内生流动性风险的，综合考虑波动性风险和流动性风险。Jarrow 和 Subramanian（1997）提出了流动性调整的 VaR（LVaR）度量方法。VaR 在上一节已经进行了系统的分析，下面介绍 LVaR。

Jarrow 和 Subramanian 提出的 LVaR 正是在 VaR 的基础上拓展起来的，首先假定证券价格满足几何布朗运动：

$$dp(t) = p(t)[\mu dt + \sigma dW(t)]$$

投资者拥有的股票数量为 S，必须在规定的时间将完全出售，该投资者在 t 时刻的提交委托数量为 s 的市价指令，该指令将在 $t+\Delta$（s）时刻成交，Δ（s）为随机滞后时间，由于存在交易对价格的冲击，得到的平均成交价格为：

$$\bar{p}(t) = c(s)p(t)$$

其中，$c(s) \in (0,\ 1)$，为随机折扣系数。对于给定数量的股票，最优策略就是完全出清，由此定义了流动性调整的 VaR。

$$LVaR = p(0)S\left|(\mu - \frac{\sigma^2}{2})E[\Delta(S)] + E[c(S)] - Z_a(\sigma\sqrt{E[\Delta(S)]} + \left|\mu - \frac{\sigma^2}{2}\right|\sqrt{D[\Delta(S)]} + \sqrt{D[c(S)]})\right|$$

其中，$D[\Delta(S)]$、$D[c(S)]$ 分别表示 $\Delta(S)$ 和 $c(S)$ 的方差。

LVaR 与传统的 VaR 主要有三点区别：首先，VaR 的持有期是外生的，LVaR 的持有期由交易规模给定；其次，VaR 没有考虑变现损失，而 LVaR 考虑了变现损失，即 $E[c(S)] < 1$；最后，VaR 只包括收益波动导致的风险，而 LVaR 还包括折扣率系数和滞后时间的变化（分别以 $\sqrt{D[\Delta(S)]}$、$\sqrt{D[c(S)]}$ 作为度量指标）导致的风险。

Bangia 等（2001）在 VaR 中引入买卖差价的变动，以此建立考虑外生流动性风险的 VaR。Almgren 和 Chriss（2000）在构造资产变现的边界时提出将内生流动性风险纳入 VaR 中。本书主要研究权证市场的流动性风险，由于权证不同于证券，数据具有不等时间间隔的高频特性，书中将采用向量自回归模型（ACD），有关 ACD 模型的分析将在第七章加以阐述。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

四、权证定价理论发展历程

权证定价机制合理与否是影响权证市场微观风险的内在原因之一，纵观国外权证理论的发展历程，基本上可分为如下三个发展阶段。第一个阶段是有关权证定价理论以及应用的初级发展阶段，这一阶段的标志性研究成果是法国著名数学家 Louis Bachelier（1990）在其博士学位论文《投机交易理论》中提出的权证定价计量模型，这一研究成果为权证定价理论的后续发展奠定了良好基础。第二个阶段是权证定价的夯实阶段，这一阶段的标志性研究成果是著名的 Black – Scholes 期权定价模型，这一模型克服了前期有关定价理论研究和应用的客观局限性，是金融计量经济学和金融工程发展的里程碑，期权定价模型给出了有关股票期权有效分析手段，在理论界备受推崇。第三个阶段是权证定价理论和应用的深化阶段，这一阶段的不少研究成果主要集中在对有 Black – Scholes 期权定价模型的改进，理论学者开始尝试修正或放松 Black – Scholes 模型的基本假设条件，从而进一步提高了该模型的适用程度。

（一）权证定价理论的萌芽阶段

开权证定价研究先河者，当属法国数学家 Louis Bachelier（1990）在其博士学位论文《投机交易理论》中率先提出证券市场股票价格波动过程具有布朗运动的某些基本特性，并在此基础上推导出了著名的欧式看涨期权定价模型：

$$C = SN\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) - KN\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) + \sigma\sqrt{T-t}\,f\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

其中，C 表示在时刻 t 欧式看涨期权的价值的大小；S 表示标的股票价格；K 表示在合约设定时决定的期权的行权价格；N 表示分布函数，服从标准正态分布；f 表示其分布密度。

此前，金融学完全是经济学的一个分支学科，金融领域的分析工具高度依赖于完全经验主义的定性化分析，Bachelier 的期权定价模型在金融学理论与实践领域具有非常重大的开创性意义。令人遗憾的是，Baehelier 的研究工作直到 20 世纪 60 年代之后才引起后续研究者的重视。1956 年，Samuelson 对 Louis Bachielier 的有关的欧式期权定价理论，以及应用进行了推广，理论界和实务界开始关注权证定价的研究，应用也广泛地开展起来。

之后，Sprenkle（1961）经过研究分析，首次提出了 Bachielier 的定价模型的不足之处，并对其实施了修正。Sprenkle 提出股票市场价格的变化趋势并不是

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Bachielier 所假设的布朗运动，而是一种几何形式的布朗运动；考虑到这一点，Sprenkle 利用漂移度修正了 Bachielier 的定价模型，允许投资者的风险厌恶假设，避免负的股票价格的出现，进而推导得到不支付红利的认股权证定价模型，这也被认为是权证定价计量的重要改进。随后，考虑经典的货币时间价值理念，Boness（1963）仍然假设股票价格满足几何形式的布朗运动，进一步修正了权证定价模型，考虑货币时间价值理念，实施对到期股票市场价格的贴现。随后，Trorp 和 Kassouf（1967）构造了由卖出与买入期权组合的双头投资组合，在买入期权的同时卖出期权，形成了针对组合权证的定价模型，有利于解决资本市场的现实问题。Samuelson 和 Merton（1969）后来又构建了基于认股权证的股票价格函数，形成了认股权证估价理论。

在权证定价基础理论发展的萌芽阶段，Bachelier 的定价公式具备一定的开创意义，而基于股票价格满足动态波动的几何布朗运动假设的 Sprenkle 的认股权证定价公式有了显著改进，并且更能解释资本市场的现实情况；然而，如果需要精确计量认股权证价格，必须有效估计标的股票市价的波动情况，从而使定价模型的实际使用便捷程度受到限制。Boness 率先将货币时间价值理念引入到认股权证的定价模型，且其定价模型与后来经典的 Black－Scholes 期权定价模型已经非常接近，只是利用无风险收益率替代了包含风险的股票收益率。Trorp 和 Kassouf 的理论同样具有一定程度的开创性意义，然而忽略了在买入期权与卖出期权组合投资的方式下，投资者的期望收益是一种无风险报酬。Samuelson 和 Merton（1969）经过实证分析，构造了基于认股权证的股票价格特征函数，最终依赖投资者效用函数的合理估计，也给模型的实际适用程度带来了一定的困难。

总之，早期的理论研究为权证定价理论的后续发展奠定了良好基础，但早期定价模型中的参数数量较多，这些参数的合理估计存在一定的难度，影响了其在现实生活中的实践应用价值。

（二）权证定价理论的夯实阶段

1973 年，Black 和 Scholes 发表了经典论文《期权定价与公司负债》（*The Pricing of Option and Corporate Liabilities*），被公认为是金融资产定价理论研究具备开创意义的代表性作品。

Black 和 Scholes 推导出了著名的欧式看涨期权的定价公式（B－S 期权定价公式），并且将股票看涨期权和认股权证进行了有效区分。其得出的 Black－Schole 公式为：

$$C = SN\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) - KN\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) + \sigma\sqrt{T-t}\,f\left(\frac{S-K}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Black－Scholes 模型设置了一些基本假设，如交易市场无摩擦，即不存在税收和交易成本等。基于以往的理论研究基础，以欧式看涨期权为例 Black 和 Scholes 首先推导得出了有关欧式看涨期权的定价模型，然后，Black 又对 Black－Scholes 公式实施了进一步的修正，考虑股票稀释效应，得到了修正的认股权证定价模型。相对权证定价萌芽阶段的缺陷，即参数过多且无法合理估计而言，Black－Scholes 期权定价模型的参数都是相对可以估计的，无疑具备重要的现实意义。

考虑到 Black－Scholes 模型基于一系列严格的基本假设，这也在一定程度上限制了 Black－Scholes 模型的应用范围，容易导致期权定价理论价格与实际数值的偏差现象。理论界将利用传统的 Black－Scholes 公式运用于股本权证定价时的缺陷概括为以下两个层面：一是将股票市场价格的波动率简单地等同于企业权益价值的波动率；二是尚未有效考虑股本认股权证对于标的股票的股价稀释效应。从实际应用层面看，认股权证定价的复杂程度相对一般的期权定价要复杂得多，为了能够促进 Black－Scholes 定价公式的广泛运用，理论研究者通过放松基本假设不断对该模型进行修正和推广，使其更接近实际和更具有适用性。

（三）权证定价理论的发展阶段

1. 基于股权稀释效应的改进

承前所述，Black－Scholes 模型的有效使用必须满足一系列的假设前提，从而严重影响了计价模型的准确性程度与适用性范围，考虑到不同资本市场交易环境与制度的差异，往往导致金融资产实际真实价格明显偏离 Black－Scholes 模型理论价格的缺陷出现。所以，后续研究者尝试放松该模型的基本假设，做出了一些有益的尝试。

随着资本市场的深入发展，上市公司股权结构日益趋向复杂化，除了传统意义的普通股股票之外，优先股、可转化债券和认股权证也逐渐出现，从而丰富了公司资本结构。当可转化优先股将优先股转化为普通股，可转化债券按照一定条件转化为普通股，认股权证按照约定价格行权购买普通股的情况出现后，对外发行的普通股股票数量显著增加，从而形成了股权稀释现象。即由于普通股股份的增加，使每股收益有所减少的现象称为股权的稀释。认股权证的履行显然会对公司的股权产生一定的稀释效应，所以从现实角度出发，在认股权证的定价模型中，显然必须客观考虑股权稀释的基本后果。考虑有效资本市场假设以及股权稀释效应，Galai 和 Schneller（1978）提出了基于经过修正的认股权证定价模型，研究了公司发行权证后对于企业价值的影响程度。随后，Hull（2003）同样研究了股权稀释效应对权证定价模型的影响，并考虑了参数的获取问题。Ukhov

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（2004）则运用股票价格和股票收益方差作为可观察变量，修正了权证的定价方法，并且估计了公司的价值方差。

2. 基于股利支付提前行使假设的改进

考虑支付红利股票的期权定价问题，美国哈佛大学教授默顿（Robert Merton）率先放松 Black – Scholes 模型的无股利发放和提前行使假设。随后，Roll（1977）和 Geske（1979）以及 Whaley（1981）几乎同时提出 Roll – Geske – Whaley 模型（R – G – W），这个模型有不少的优点，同样考虑股利支付问题修正了 Black – Scholes 模型；Schulz 和 Trautman（1989）经过实证分析，给出了美式固定方差模型（American Constant Variance，American CV），并进行了扩展，基于 R – G – W 模型的研究基础，引入了多种红利支付假设。

3. 基于波动率假设的改进

以 Black – Scholes 模型为代表的传统权证定价理论中通常假设股票波动率为固定的常数，但是大量的实证研究结果证实波动率在现实经济世界中经常发生变化，理论研究者对此展开了大量的后续研究。从整体看，基于非常数波动率假设的改进情况基本上分为两类：一是将确定波动率假设模型；二是随机波动率假设模型。

（1）确定波动率假设模型。一般将波动率视为一种随时间变化的确定性函数，Cox 和 Ross（1976）首先提出了一种弹性波动率（Constant Elasticity of Variance，CEV）期权定价模型。以 52 个公司备兑权证价格为观察值样本，实证检验了 Black – Scholes 模型和 CEV 模型的定价效果，结果表明 Black – Scholes 模型和 CEV 模型的定价结果并不存在显著差异。随后，Kremer 和 Oberhelman（1986）利用 50 种公司备兑权证、400 个以上的观察值，实证检验了有无股利调整的 Black – Scholes 模型以及考虑稀释因素调整后的 CEV 模型的定价能力。

除此之外，Merton（1976）认为根据资本市场实际，股票价格波动遵循一种跳跃扩散过程（Jump Diffusion Process），进而提出了基于跳跃扩散过程的波动率假设模型；研究了在几何布朗运动下考虑系统风险的资产价格波动特征，并且利用泊松随机过程解决考虑非系统风险的资产价格波动特征，假设跳跃扩散过程服从基本的正态分布特征，获得了修正了期权定价模型。

（2）随机波动率假设模型。包括两类基本范畴：一类是广义自回归条件异方差模型（Generalized Autou Regressive Conditional Heterosk edasticity，GARCH）；另一类是连续时间的随机波动率模型（Stochastic Volatility，SV）。广义自回归条件异方差模型的优势在于能比较好地实现对方差变化过程的度量，方差变化程度显著的部分会相对集中在某个时间阶段，而方差变化程度不显著的部分则会集中在另一个时间阶段。GARCH 类模型的基本假设是资产收益的方差服从一种移动

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

平均过程，能够利用历史股票的变动趋势预测当前的波动率，并且模型参数可以通过股票价格的离散集来合理估计。Kuwahara 和 Marsh（1992）运用 GARCH 类模型中的 EGARCH（Exponential Generalized Autou Regressive Conditional Heterosk Edasticity）对认股权证实施了定价研究，研究结果表明基于 EGARCH 模型的价内认股权证定价结果在一定程度上优于传统的 Black – Scholes 模型，而对于价外认股权证则不具备预测准确的优势。显而易见，在研究金融时间序列范畴内，GARCH 类模型具备计价结果相对精确的明显优势，但是由于使用条件限制，理论研究者相对更加偏好于连续时间模型，即 SV 模型。

五、本章小结

本章首先在不确定情形下讨论了期望效用理论。每一个理性投资者都会以期望效用最大化作为其决策准则。然而投资者无法确定效用函数的具体形式，以期望效用最大化为依据进行投资组合选择就比较困难。但在随机占优的理论框架下，期望效用理论可用于评价和选择风险测度指标及投资组合选择模型。随机占优理论在期望效用理论基础上发展起来，且不要求有效用函数的具体形式，可操作性相对强一些。

其次讨论了投资组合收益的度量。在实际运用中，通常采用投资组合收益的数学期望方法度量投资组合未来的收益。但数学期望方法不能有效地体现数据时间序列的动态特征，为了很好地刻画收益率序列动态性，通常采用自回归移动平均过程（ARMA）模型。这一点理论界和实务界都达成了共识。

再次讨论了投资组合风险的度量，主要探讨了方差、平均绝对偏差（MAD）等双边风险，也分析了下偏矩（LMP）、VaR 和 CVaR 等下行风险。这些风险度量形式不同，但又存在一定的联系。如 CVaR 的定义包含了 VaR、标准差是方差的平方根。

最后讨论了金融衍生品——权证的波动性和流动性的风险度量，在波动性方面主要介绍 GARCH 和 SV 模型，两种方法各有优劣。在流动性方面主要阐述了自回归久期（ACD）模型，同时阐述了权证定价的发展历程。

投资者在构建投资组合时的构建投资组合的原则是什么？当然投资组合的风险测度指标选择是首先需要考虑的，那么风险测度指标又如何选择，选择的标准以及一个良好风险度量指标应具备哪些性质？这些问题将在下一章探讨。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第三章　投资组合风险度量方法的选择

对投资组合风险度量方法的研究是投资者进行投资组合选择的一个重要环节。因为在进行投资组合选择时，所选取的风险度量方法不同，投资组合选择模型的性质也存在差别。上一章分析了方差（标准差）、绝对偏差、下偏矩、VaR 和 CVaR 等风险度量方法。这些方法均可作为风险的度量在投资组合选择模型中使用。如何评价和选择这些风险度量方法，理论界和应用界对此有不同的看法。实际上，市场参与者由于度量风险的目的不同，可能会有不同的评价标准。如金融风险的监管机构可能更加关注风险监管的效率，银行、证券商等企业则可能更加关心风险管理与经济效益的平衡，而投资者则可能更加关注风险信息的披露问题。显然，不同参与者的实际需要影响着风险度量方法的选择，可见对风险度量方法的选择是有一定主观性的，因此要构建一个客观、权威的风险度量评价体系是很困难的。尽管如此，仍有许多学者在研究风险度量所遵循的原则和性质。Artzner 等（1999）提出了合理的风险度量应具备的条件——一致性风险度量，一致性风险度量是指具有平移不变性、次可加性、正齐次性以及单调性的风险度量，Follmer 和 Schied（2002）在一致性风险测度的基础上，提出了凸风险测度。凸风险测度是指具有单调性、平移不变性和凸性风险度量。Acerbi（2002）对 ES 进行推广，提出了谱风险测度（Spectral Risk Measure）的概念，并证明了它是一致性风险度量。

一致性风险度量方法不需要完备的市场假设，既可以度量市场风险，也可以作为计量信用风险和操作风险的尺度标准。其关键不在于从细节上考虑如何估计和应用各种具体的风险指标，而是从整体上考虑风险测度的数理基础，由此提出风险测度的公理化理论。由于一致性风险度量方法具有的这种特性，因此最为学者们关注，许多研究都是围绕这一理论的应用而进行的。Artzner 等（1997，1999）在一致性风险度量理论下讨论了 VaR，发现 VaR 满足正齐次性、单调性与平移不变性，但在一般情况下不满足次可加性，只有在正态和椭圆分布情况下满足次可加性，故不是一致性风险度量。同时还提出了两种 VaR 的改进方案：Tail VaR 和 WCE（Worst Condition Expectation）。其中 Tail VaR 并不是一致性风险度量，理论有缺陷；WCE 是一致性风险度量，但难以进行数学处理和实际应用。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

尽管一致性风险度量理论为评价和选择风险度量指标提供了一个标准，但该理论也存在一定的缺陷，因为它与不确定情形下投资者的偏好没有直接的联系。虽然谱风险测度引入了能反映人对风险主观看法的主观风险函数，但也仅仅是从技术层面评价风险度量指标。由于研究群体一致决策规则的随机占优可以将风险度量与不确定情形下的决策行为联系起来，因此可以在随机占优理论框架下评价和选择风险测度指标。

随机占优理论是以期望效用原理为其经济学基础的。它提供了在不确定情形下对投资组合风险进行排序，如果风险度量给出的排序与随机占优给出的排序相同，就称该风险度量与期望效用最大化目标相一致。因此在随机占优理论框架下评价一个风险度量指标优劣就是看其是否与期望效用最大化目标相一致。

不同风险度量方法导致不同类型的投资组合选择模型，归纳起来主要分为两类，一是偏向于理论描述：通过考察模型给出的最优解是否满足不确定条件下理性投资者的非满足性和风险规避两个行为条件，即考察模型给出的最优解是否与期望效用最大化或随机占优序相一致。二是偏向于实际应用：不但对风险的定义明确，而且注重风险测度指标的实际可操作性和可比性，较适用于投资实践的需要。本章只考虑偏于实际应用的均值—风险占优下的投资组合选择模型。

下面讨论一致性风险测度理论和随机占优理论，考察在这两种理论框架下 VaR 和 CVaR 等风险度量指标，然后，在均值—风险占优的投资组合选择原则下，考察几种投资组合选择模型。

一、一致性风险测度理论

（一）一致性风险度量的相关概念

Artzner 等认为风险是关于资产头寸未来价值的随机变量，在具体计量时，风险是投资于某个基准金融工具上的最低资本准备数量，该数量使经过调整后的资产头寸的未来财富净值被监管当局认为在可以接受的范围，Artzner 等将风险定义为映射 φ：$\mathscr{l}\rightarrow R$：

$$\varphi(X)=\inf\{m\mid m(1+r)+X\in\mathscr{l}\} \qquad (3-1)$$

其中，$(1+r)$ 为某一参考金融工具总收益率；$\mathscr{l}$为风险集；$\{X: \Omega\rightarrow R\}$ 是关于 Ω 的所有实函数集，Ω 是有限自然状态集。设定对于每一可能状态 $\omega\in\Omega$，相应 X 的净值 $X(\omega)$ 已知或可计算得到。可接受集 $\mathscr{l}$为监管当局所能接受的未来净值集，也可解释为使投资 X 变得可接受而需要加入的最小资金量，$\mathscr{l}$是具有凸

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

性的正齐次锥。

同时他们还认为如果风险映射 $\varphi: \mathscr{G} \to R$ 在数理逻辑和经济逻辑上是合理的，则该风险应该满足以下几条公理：

1. 平移不变性

对任意 $X \in \mathscr{G}$，$a \in R$，有 $\varphi[X + a(1+r)] = \varphi(X) - a$，其经济意义是如果将常数单位的参考金融工具加入到资产组合中去，则只需要有相同数量的风险补偿。

2. 正齐次性

对任意 $K > 0$，$X \in \mathscr{G}$，有 $\varphi(KX) = K\varphi(X)$。其经济意义是如果持有资产头寸的规模直接影响到风险测度（如由于持有资产头寸太大以至于资产流动性严重依赖资产规模），则应该考虑流动性风险。因为此时风险已不仅仅依赖于未来财富净值。该公理也表明这里的风险是线性依赖于持有头寸，并且应该避免风险叠加的规模效应。

3. 次可加性

对 X，$Y \in \mathscr{G}$，有 $\varphi(X+Y) \leqslant \varphi(X) + \varphi(Y)$。次可加性公理表明投资组合可以分散投资风险。如果次可加性公理不满足，则对风险厌恶型投资者而言，分散化投资未必是最优的；对大企业而言，如果并购不影响其灵活性，则企业之间的并购行为可以抵御更大的风险。

4. 单调性

对任意 $X < Y$，表示组合 Y 好于组合 X，则有 $\varphi(X) \geqslant \varphi(Y)$，其经济意义是一个资产组合好于另一个资产组合，则其投资风险也应该小一些。

满足上述四条公理的风险测度 $\varphi(\cdot)$ 为一致性风险测度。

然而，Follmer 和 Schied（2002）对正齐次性和次可加性提出了质疑，认为在许多情况下，头寸的风险会随着其规模作非线性变化。如该头寸被放大一个较大的倍数时，流动性风险将会随之产生。因此，他们就放宽正齐次性和次可加性的条件，提出一个较弱的条件：凸性公理。

$$\text{凸性}: \varphi[\lambda X + (1-\lambda)Y] \leqslant \lambda\varphi(X) + (1-\lambda)\varphi(Y), \lambda \in [0,1] \tag{3-2}$$

凸性说明多样化投资不会增加风险，即多样化头寸的风险，将不大于加权平均后单个头寸风险之和。令 X 为 Ω 上函数的凸集，假设 $0 \in X$ 且 X 在加入常量后是紧的。把满足凸性、单调性和平移不变性的映射 $\varphi: \mathscr{G} \to R$ 称为凸风险测度（见图 3－1）。

下面考察几种风险度量是否属于一致性风险测度。

标准差风险度量可由下式表示：

$$\phi(X) = -R_X + \lambda\sigma_X \tag{3-3}$$

其中，R_X 为 X 的数学期望；σ_X 为 X 的标准差；$\lambda > 0$。本书通过实例来说明，假定两个组合 X 和 Y，对应的损失概率分布如表 3－1 所示。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

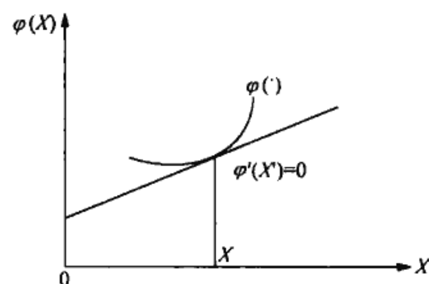


图 3-1 凸风险测度

表 3-1 方差（标准差）不是一致性风险测度指标

情景	概率（%）	X 的损失	Y 的损失
情景 1	0.1	4000	20000
情景 2	0.1	6000	22000
情景 3	0.1	8000	22000
情景 4	0.1	10000	22000
情景 5	0.1	10000	22000
情景 6	0.1	10000	22000
情景 7	0.1	12000	20000
情景 8	0.1	14000	20000
情景 9	0.1	16000	20000
情景 10	0.1	20000	22000
均值 R		11000	21200
方差 σ^2		20200000	960000
标准差 σ		4494	980
偏度		0.0516	-0.4841

从表 3-1 可以看出，在上述所有 10 个情景下，组合 Y 的损失总是大于 X 的损失，但组合 Y 的方差和标准差总是小于 X 的方差和标准差，显然不满足单调性，因此方差（标准差）不是一致性风险测度。

平均绝对偏差（MAD）满足正齐次性、次可加性，但不满足单调性和平移不变性。

在投资实践中，更常用的是 Harlow 和 Rao（1989）提出的下偏矩指标：

$$LPM_q = \sum_{x_p \in (-\infty, x)} P_p(x - R_p)^q \qquad (3-4)$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

式（3－4）满足正齐次性、次可加性，不满足平移不变性。

（二）一致性风险测度下的 VaR 和 CVaR

Artzner 等（1997，1999）在一致性风险度量理论下讨论了 VaR，发现 VaR 满足正齐次性、单调性与转移不变性，但在一般情况下不满足次可加性，由此可能造成最小化 VaR 的投资组合优化问题存在多个局部最小等问题（Mausser 和 Rosen，1999）。下面就具体考察 VaR 在正态和椭圆分布情况下次可加性问题以及 CVaR 的一致性问题。

1. VaR 的一致性

Acerbi（2001）在 Artzner 等人研究的基础上，也分析了 VaR 不满足次可加性，即投资组合风险不一定小于各资产风险之和。本书通过 Acerbi（2001）所给的例子加以说明，考虑有两个面值 100 元，且不同时违约的企业债券 A 和企业债券 B，初始值都为 98 元，在不同的到期状态发生情况下，这两个债券的价值分布如表3－2 所示。

表 3－2　期末债券组合的价值分布

到期状态	A 的价值（元）	B 的价值（元）	A＋B 的价值（元）	概率（%）
情景 1	70	100	170	3
情景 2	90	100	190	2
情景 3	100	70	170	3
情景 4	100	90	190	2
情景 5	100	100	200	90

注：Acerbi. Spectral Representations of Risk：a Coherent Representation of Subjective Risk Aversion. Journal of Banking and Finance，2002.

表 3－3 给出了初始投资额为 196 元的三种不同投资策略在不同情景发生下的损益值。

表 3－3　不同投资策略不同情形下的损益值

期末事件	2 份 A（196 元）			2 份 B（196 元）			1 份 A＋1 份 B（196 元）			概率（%）
	A	收益	损失	B	收益	损失	A＋B	收益	损失	
情景 1	70	140	56	100	200	－4	170	170	26	3
情景 2	90	180	16	100	200	－4	190	190	6	2
情景 3	100	200	－4	70	140	56	170	170	26	3

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

续表

期末事件	2 份 A（196 元）			2 份 B（196 元）			1 份 A+1 份 B（196 元）			概率（%）
	A	收益	损失	B	收益	损失	A+B	收益	损失	
情景 4	100	200	-4	90	180	16	190	190	6	2
情景 5	100	200	-4	100	200	-4	200	200	-4	90

注：Acerbi. Spectral Representations of Risk：a Coherent Representation of Subjective Risk Aversion. Journal of Banking and Finance，2002.

由表 3-2 可以分别计算债券 A、债券 B 以及组合 A+B，在置信水平为 5% 下的 VaR 值，计算结果如表 3-4 所示。

表 3-4 不同置信水平下的 VaR 值 单位：元

	A	2A	B	2B	A+B
初始值	98	196	98	196	196
5% -VaR	8	16	8	16	26
3% -VaR	28	56	28	56	26

从上面分析可知，债券 A 和 B 的 5% -VaR 值的和小于组合 A+B 的 5% -VaR 值，此例显示 VaR 不满足次可加性。

Artzner 等（1999）证明，如果投资组合未来收益率呈正态分布，且置信水平 a<0.5 时，VaR 满足次可加性。第二章中的式（2-27）给出了当收益率变量 X 满足正态分布时 VaR 的表达式：

$$VaR_a = Z_a \sigma_X \sqrt{\Delta t} \tag{3-5}$$

其中，σ_X 为标准差；Z_a 为分位数，当 $a<0.5$ 时，$Z_a<0$。

由于有 $\sigma_{X_1+X_2} < \sigma_{X_1} + \sigma_{X_2}$ 成立，就可以证明随机变量 X 服从正态分布条件下风险度量 VaR 满足次可加性。

通常情况下金融资产收益服从尖峰厚尾分布，尽管收益率正态分布及 a<0.5 的假定使 VaR 满足次可加性，但不利于处理风险度量中的厚尾问题，可能低估投资组合尾部风险。

其实，VaR 不仅在正态收益率情形下满足次可加性，在资产的收益率分布服从椭圆分布时，VaR 也满足次加性。由于椭圆分布包括多元正态分布、t 分布、广义 t 分布、GPD 分布，这些分布可以反映收益率的厚尾特征，因此，在一定程度上 VaR 可以刻画资产收益率的尾部情形，同时满足次可加性。下面讨论椭圆分布假定下 VaR 的次可加性问题。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Embrechts（2001）、Valdez（2003）分别给出了椭圆分布的定义，本书利用 Embrechts（2001）的观点加以说明，设 $X=(X_1,X_2,\cdots,X_n)$ 为 n 维随机向量，t 为时间状态，满足 $t\in[0,\infty]$，R 为 n 维列向量，$\sum$ 为 $n\times n$ 正定矩阵，如果 $X-R$ 的特征函数可以表示为 $\phi_{X-R}(t)=\phi(t^T\sum t)$，则称 X 服从参数 R 和 $\sum$ 以及 ϕ 的椭圆分布，记为 $X\sim E_n(R,\sum,\phi)$，函数 $\phi(\cdot)$ 为特征生成函数。

因此，椭圆型分布的随机向量 X 可由均值向量 R 和协方差矩阵 $\sum$ 以及特征函数 $\phi(\cdot)$ 来描述。若 X 存在密度函数，则密度函数具有如下形式：

$$f_X(x)=|\sum|^{-\frac{1}{2}}g[(x-R)^T\sum{}^{-1}(x-R)] \tag{3-6}$$

其中，函数 g（·）为密度生成函数。已知椭圆分布的风险资产组合在置信水平为 α（0<α<1）的 VaR 为：

$$VaR_\alpha=-x^TR+q^g_{\alpha,n}\sqrt{x^T\sum x} \tag{3-7}$$

其中，$q^g_{\alpha,n}=s$ 是以下方程的唯一正数解：

$$1-\alpha=G(s)=\frac{\pi^{\frac{n-1}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n-1}{2}\right)}\int_s^{+\infty}\int_{z^2}^{+\infty}(u-z^2)^{\frac{n-3}{2}}g(u)dudz \tag{3-8}$$

参考正态分布假设下 VaR 的次可加性证明，假设（X_1，X_2）服从椭圆分布，由于椭圆分布具有良好的统计性质，可以知道 X_1、X_2 和 X_1+X_2 均服从椭圆分布。由于 $q^g_{\alpha,n}$求解比较复杂，可以假定 $q^g_{\alpha,n}$是与相应的标准化椭圆分布相对应的 a 分位数，且 $a<0.5$，可得 $q^g_{\alpha,n}<0$，利用不等式 $\sigma_{X_1+X_2}<\sigma_{X_1}+\sigma_{X_2}$和式（3-7），可得 $VaR_{X_1+X_2}<VaR_{X_1}+VaR_{X_2}$，于是 VaR 具有次可加性。

通过以上分析发现，一般情形下，VaR 风险测度不满足次可加性，只有在正态分布和椭圆分布及 α<0.5 的假定下，VaR 才满足次可加性，此时 VaR 测度才是一致性风险测度。由于椭圆分布可以反映金融时间序列的厚尾特征，所以在一定程度上，VaR 仍然可以刻画投资组合的尾部风险。

2. CVaR 的一致性

为了弥补 VaR 在通常情况下不是一致性风险度量的缺憾，Pflug 和 Uryasev（2001）等提出了 CVaR。与 VaR 不同，CVaR 属于一致性风险度量，在任何情况下都满足次可加性，Acerbi 和 Tasche（2002）均给出了 CVaR 满足次可加性的证明，这里不再讨论。此外，CVaR 关于置信水平 α 是连续的，如果不考虑分布的话，可以相信，当置信水平发生小跳跃变化时，用 CVaR 度量的风险不会发生大幅度变化，但 VaR、TCE 以及 WCE 这些风险测度，当它们被用于非连续分布的情况时，它们可能对置信水平的小幅变化非常敏感。CVaR 这一特性，可以很好

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

地处理包含非交易贷款、衍生品等的投资组合选择问题。下面就讨论 CVaR 关于 α 是连续的、单调的、α 越小风险越大的特点。

定理 3.1 如果 X 是概率空间（Ω, F, P）上的随机变量，满足 $E(-X^-)<\infty$，在置信水平 $\alpha(0<\alpha<1)$ 下，则有 $\bar{x}_{(\alpha)}=\alpha^{-1}\int_0^{\infty}x_{(u)}du$。其中，$x_{(\alpha)}$ 为 X 的下 α-分位数，$\bar{x}_{(\alpha)}=-ES_\alpha$（$X$）。

定理 3.1 的证明参见相关文献，由定义 2.8 以及 CVaR 与 ES 的等价，可得：

$$CVaR=-\alpha^{-1}\int_0^{\infty}q_{(u)}(X)du \tag{3-9}$$

定理 3.1 给出了，如果 X 是概率空间（Ω, F, P）上的实值随机变量，满足 $E(-X^-)<\infty$，则映射 $\alpha\rightarrow\bar{x}_\alpha$，$\alpha\rightarrow CVaR_\alpha$ 在（0，1）上连续。

定理 3.2 如果 X 是概率空间(Ω, F, P)上的实值随机变量，满足 $E(-X^-)<\infty$，则对于任意 $\alpha\in(0, 1)$ 和任意使得 $\alpha+\varepsilon>1$ 的 $\varepsilon>0$，都有下式成立：

$$\bar{x}_{(\alpha+\varepsilon)}\geqslant\bar{x}_{(\alpha)}, ES_{\alpha+\varepsilon}(X)\leqslant ES_\alpha(X) \tag{3-10}$$

由于 CVaR 与 ES 的等价，因此也有 $CVaR_{\alpha+\varepsilon}$（$X$）$\leqslant CVaR_\alpha$（$X$）。

从定理 3.1 和定理 3.2 可以得出，CVaR 关于置信水平是单调且连续的，置信水平越小风险越大。不像 VaR、TCE 以及 WCE 关于置信水平是非连续的，因此，当投资组合收益分布是非连续时，可以应用 CVaR 作为投资组合的风险测度。

（三）一致性风险测度的扩展

一致性风险测度为选择和评价风险度量指标提供了一种标准，指出一个良好的风险测度指标应满足单调性、平移不变性、正齐次性和次可加性。然而，一致性风险测度理论也存在一定的缺陷，如齐次性公理，该公理假设风险测度随着风险头寸呈线性变化，即 φ（KX）$=K\varphi$（X）。但 Follmer 和 Schied（2002）指出在实际中这种线性变化关系通常不成立，风险头寸的变化对风险测度的影响通常是非线性的。如在考虑流动性风险时，较大的头寸通常会带来较大的流动性风险。因此，Follmer 和 Schied（2002）放宽了一致风险测度的公理假设，也就是把满足单调性、平移不变性和凸性的映射 φ：$\ell\rightarrow R$ 称为凸风险测度。

Follmer 和 Schied（2002）证明了凸风险测度和风险管理者的风险偏好具有一致性，同时给出了凸风险测度的表示定理：

定理 3.3 设 $\Re$ 为定义在 Ω 上的风险测度集合，则风险测度 ϕ 为凸风险测度当且仅当存在一个罚函数 θ：$\Re\rightarrow$（$-\infty$，$+\infty$］满足：

$$\varphi(X)=\sup_{Q\in\Re}(E_Q(-X)-\theta(Q)) \tag{3-11}$$

其中，罚函数 θ 满足对任意的 $Q\in\Re$，θ（Q）$\geqslant\varphi$（0）。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

从凸风险测度定义（3－11）中可以看出，凸风险测度理论用相对较弱的凸性公理代替一致性风险测度公理中的次可加性和正齐次性，有效地解决了因为齐次性公理而忽略的头寸流动性风险问题。

一致性风险测度的另一扩展是 Acerbi（2002）所提出来的谱风险测度，它是在 CVaR 基础上发展起来的一类一致性风险测度。谱风险测度将风险管理者的主观风险偏好纳入到风险测度的定义中来，从而在一致性风险测度和期望效用理论之间建立了联系。在谱风险测度定义 3.1 中，通过风险厌恶函数 $\phi(\cdot)$ 来反映个体的风险偏好。

Acerbi（2004）在一致性风险测度的理论框架下又进一步发展了谱风险测度理论，证明了谱风险测度 $\varphi_\phi(X)$ 为一致性风险测度的充分必要条件是 $\phi(\cdot)$ 为可行风险厌恶函数。下面讨论谱风险测度理论。

定义 3.1 如果函数 $\phi(\cdot)$ 在赋范线性空间 $L_1(0,1)$ 满足非负性、非增性以及 $\|\phi\| = \int_0^1 |\phi(p)|dp = 1$ 时，称 $\phi(\cdot)$ 为可行风险谱密度。

谱风险测度被定义为：

$$\varphi_\phi(X) = -\int_0^1 \phi(p) q_p(X) dp \tag{3-12}$$

其中，p 为分位数，$\phi(p) \in L_1(0,1)$，$\phi(p) = c\delta(x) + \tilde{\phi}(p)$，$F_X(x)$ 为随机变量 X 的分布函数，$q_p(X) = \inf(X \mid F_X(x) \geqslant p)$，$\delta$ 为一个 dirac delta 分布[①]，为了方便分析，这里假定 $c=0$，有 $\int_0^1 \tilde{\phi}(p)dp = \int_0^1 \phi(p)dp = 1$。

由谱风险测度的定义可以看出，$\varphi_\phi(X)$ 是由 $\phi(\cdot)$ 生成的谱风险测度。$\phi(\cdot)$ 是一个反映投资者主观风险厌恶的权重函数，并且这个主观风险函数与一致性风险度量之间存在对应关系，它的非增性说明了投资者对坏的情形赋予较高的权重。这正好跟一般理性投资者是风险回避者的事实相吻合，也跟一致性的直观描述相吻合。

下面讨论谱风险测度下的 VaR 和 CVaR。

当 $\phi(p) = \delta(p-\alpha)$ 时，$\varphi_\phi(X) = VaR_\alpha(X)$，这里 α 为置信水平，如图 3－2 所示，由于 δ 函数不满足可行风险谱密度的非增性特征，因此风险测度 $VaR_\alpha(X)$ 不

① δ 满足 dirac delta 分布，有如下性质：$\forall x \neq 0$，$\delta(x) = 0$；$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) = 0$。若 $f(\cdot)$ 为连续函数，则有 $\int_{-\infty}^{\infty} f(x-p)\delta(x)dx = f(p)$。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



是一致性风险测度。当 $\phi(p)=\frac{1}{\alpha}1_{(0\leqslant p\leqslant\alpha)}$ 时，有 $\varphi_\phi(X)=-\frac{1}{\alpha}\int_0^\alpha q_p(X)dp=ES_\alpha(X)$，如图 3－3 所示。由于 $\phi(p)$ 是可行风险谱密度，此时 $\varphi_\phi(X)$ 是一致性风险测度。

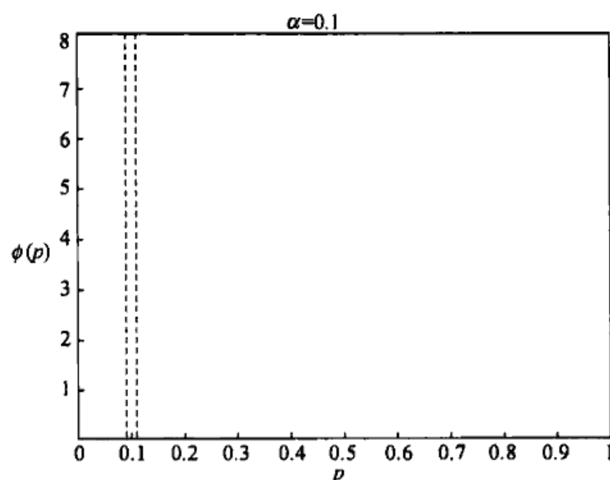


图 3－2 Dirac delta 分布 δ $(p-\alpha)$

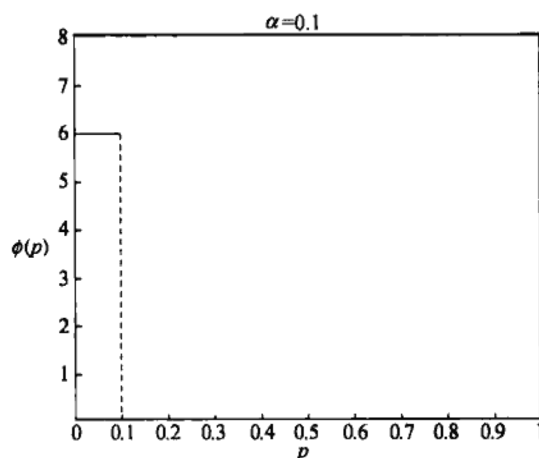


图 3－3 跳跃函数 φ (p)

由 Acerbi 和 Tasche（2002）可知有：

$$\varphi_\phi(X)=-\frac{1}{a}\int_0^\alpha q_p(X)dp=CVaR_\alpha(X) \tag{3-13}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$\phi(p)=\frac{1}{\alpha}1_{(0\leq p\leq\alpha)}$表明可行风险厌恶函数$\phi(p)$在区间[0，α]内是均匀分布，而在其他区间为0。即CVaR对处在区间[0，α]内的风险赋予相同的权重，而对其他区间的风险赋予0权重，因此按照$\phi(p)$生成的谱风险测度和CVaR是一致的。在收益的尾部，投资者呈现风险中性时，CVaR是良好的风险测度指标。但是，在通常情况下假定投资者为风险厌恶的，为了保证谱风险测度为一致性风险测度，对于越大的损失，$\phi(p)$赋予越大的权重。因此在谱风险测度理论下，CVaR尽管仍是一致性测度，但不是良好的风险测度指标。

在谱风险测度理论下，VaR和CVaR都不能很好地描述主观风险厌恶，因此都不是良好的风险测度指标，相对而言CVaR要优于VaR。

二、随机占优理论

随机占优就是所有同一阶的风险厌恶者对价值不确定的两个投资组合期望效用大小关系的共同判断，本质是随机变量分布函数的比较，因此优于单纯利用一阶矩与二阶矩形成的单一指数，如夏普指数。随机占优检验准则的推导过程相对烦琐，但应用中却简单易行，画出分布函数后很容易判断。常用的随机占优决策准则有四种，分别是一阶随机占优（FSD）、二阶随机占优（SSD）、三阶随机占优（TSD）与高阶随机占优。前三种随机占优准则比较常用，因为它们有着深刻的经济含义，而且对投资者偏好仅做极少的假设。下面我们在随机占优理论框架下考察CVaR等风险测度指标的性质。

（一）随机占优与风险测度

1. 随机占优的定义

令随机变量X描述具有风险的资产，$F(x;\ X)$记为X一阶分布函数，$f(X)$记为X的密度函数，$F^{(n)}(x;\ X)$记为X的n阶分布函数，n阶随机占优可以由n阶分布函数表示：

$$F^{(1)}(x;X)=F(x;X),F^{(n)}(x;X)=\int_{-\infty}^{x}F^{(n-1)}(x;X)(u)du,(n>1) \tag{3-14}$$

如果$LPM_{n-1,x}$表示（n－1）阶LPM，Fishburn（1977）证明了两者存在如下的关系：

$$F^{(n)}(x;X)=\frac{1}{(n-1)!}\int_{-\infty}^{x}(x-u)^{n-1}f(u)du\equiv\frac{1}{(n-1)!}LPM_{n-1,x}(X) \tag{3-15}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

设 X_1 和 X_2 分别是表示两种金融资产或资产组合损益的随机变量，如果对任意 x∈R，满足 $F^{(n)}(x;X_1)\leqslant F^{(n)}(x;X_2)$，则称 X_1 n 阶随机占优于 X_2，记为 $X_1\geqslant_{SD(n)}X_2$。在实践中应用最为广泛的是一阶随机占优（FSD）和二阶随机占优（SSD），因为一阶随机占优和二阶随机占优分别反映了投资者偏好的非满足性和风险厌恶性。下面分别定义一阶随机占优和二阶随机占优。

定义 3.2 如果对任意 $x\in$ R，都有 $F_{X_1}(x)\leqslant F_{X_2}(x)$，称随机变量 X_1 一阶随机占优于 X_2，记为 $X_1\geqslant_{FSD}X_2$。

定义 3.3 如果对任意 $x\in R$，都有 $F_{X_1}^{(2)}(x)\leqslant F_{X_2}^{(2)}(x)$，称随机变量 X_1 二阶随机优于 X_2，记为 $X_1\geqslant_{SSD}X_2$。

这两个随机占优有下述性质：

（1）非对称性，如果有 $X_1\geqslant_{(i)}X_2$，则 $X_2\geqslant_{(i)}X_1$ 不成立，（i）表示 FSD 或者 SSD。

（2）传递性，如果 $X_1\geqslant_{(i)}X_2$，$X_2\geqslant_{(i)}X_3$ 则有 $X_1\geqslant_{(i)}X_3$。

（3）$X_1\geqslant_{FSD}X_2\Rightarrow X_1\geqslant_{SSD}X_3$，但相反的结论不成立。

Levy（1998）给出了一阶随机占优和二阶随机占优成立的必要条件，对任意满足 $U'(x)\geqslant 0$（至少存在一个 $U_0(x)$，对于部分 x，满足 $U'_0(x)>0$）的效用函数 $U(x)$，$X_1\geqslant_{FSD}X_2$ 成立的必要条件是 $E(U(X_1))\geqslant E(U(X_2))$。对任意满足 $U'(x)\geqslant 0$ 和 $U''(x)<0$（至少存在一个 $U_0(x)$，对于部分 x，满足 $U'_0(x)>0$ 和 $U''_0(x)<0$）的效用函数 $U(x)$，$X_1\geqslant_{SSD}X_2$ 成立的必要条件是 $E(U(X_1))\geqslant E(U(X_2))$。

通过 levy（1998）给出的相关定理可以发现，随机占优的概念是根据特定阶的风险厌恶者群体来定义的，而不是针对单个投资者而言的，第一阶或第二阶风险厌恶者分别与第一阶、第二阶随机占优相对应。随机占优概念为我们在不确定情形下对投资组合排序提供了一种新的思路。当投资者的效用函数的一阶导数非负时，即投资者具有非满足性，这类投资者适合的有效性准则是一阶随机占优（FSD），FSD 只要求投资者的效用函数递增，没有考虑投资者对待风险的态度。二阶随机占优（SSD）进一步假定效用函数的二次导数为负，考虑了风险因素，它为那些非满足的风险厌恶型投资者提供了在不确定下的有效性准则。

需要注意的是，一阶随机占优和二阶随机占优都不是一个完全的排序关系，因此它不能为所有资产组合排序。如果资产组合之间既不存在一阶占优关系，也不存在二阶随机占优关系，也就无法从随机占优的意义来判断哪一项资产组合的风险更高。这时可以采用三阶或者更高阶的随机占优方法。三阶以上的随机占优仍然是局部的排序关系，也不能为所有的资产组合排序。但是 n 阶随机占优比一阶或二阶随机占优适用范围更广。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

2. 随机占优单调一致性风险测度

定义 3.4 设 X_1 和 X_2 分别是表示两种金融资产或资产组合损益的随机变量，如果风险测度 $\varphi(X)$ 满足：$X_1 \geqslant_{SD(n)} X_2 \Rightarrow \varphi(X_1) \leqslant \varphi(X_2)$，则风险测度 $\varphi(X)$ 与 n 阶随机占优一致的或称 $\varphi(X)$ 满足随机占优单调性公理（Yamai 和 Yoshiba，2001）。

随机占优单调性公理的经济含义为：如果 X_1 是 n 阶随机占优于 X_2 的，则用风险测度指标度量出来的 X_1 的风险 φ（X_1）至少不应比 X_2 的风险 φ（X_2）大，否则用该风险测度作出的投资决策，与所有追求期望效用最大化的风险厌恶者的共同判断——“X_1 是 n 阶随机占优于 X_2 的”——将是相违背的。

但上述定义的反命题不一定成立，即由 $\varphi(X_1) \leqslant \varphi(X_2)$ 不一定能得出 $X_1 \geqslant_{SD(n)} X_2$。若根据 $\varphi(X_1) \leqslant \varphi(X_2)$ 能得到 $X_1 \geqslant_{SD(n)} X_2$，则根据 $\varphi(X)$ 总是选择期望效用比较大的资产组合，风险测度方法 $\varphi(X)$ 与最大期望效用相一致。因此，如果资产组合能够 n 阶随机占优排序，一个与 n 阶随机占优具有一致性风险测度 $\varphi(X)$ 也与最大化期望效用相一致。如果资产组合不能够被 n 阶随机占优排序时，与随机占优具有一致性风险测度 $\varphi(X)$ 不一定与最大化期望效用相一致。

另外 Yamai 和 Yoshiba（2001）也给出如下定理。

定理 3.4 若风险测度方法 $\varphi(X)$ 与 $n+1$ 阶随机占优相一致的，则风险测度方法 φ（X）也是与 n 阶随机占优相一致。

定理 3.4 表明，在不确定情形下的投资决策理论中，随机占优关系具有更一般的意义。因为一个风险测度方法与 n 阶随机占优相一致，该风险测度方法与较低阶随机占优也相一致。由于高阶随机占优单调性公理可以保证风险测度在“更弱的占优”情况下也不会导致风险判断错误，因此在“更强的占优”条件下一定不会导致风险判断错误。换句话说，高阶随机占优单调风险测度的灵敏度更高，是一种性能更优良的风险测度。

具体地说，在其他条件相同时，满足 n 阶随机占优单调性公理的风险测度不会在 n 阶以下随机占优的情况下导致风险判断失误，但是满足 n 阶随机占优单调性公理的风险测度不能保证在（$n+1$）以上的随机占优的情况下不会导致风险判断错误。由于高阶随机占优关系的经济含义不明显，同时因为二阶随机占优能够反映投资者的风险厌恶特征，因此本书主要是在二阶随机占优理论下讨论风险测度的性质。

（二）随机占优理论下风险测度指标的选择

上一节给出了高阶随机占优单调一致性风险测度的定义，但在实践中，通常是考察二阶随机占优单调一致性风险测度问题，下面我们讨论标准差、平均绝对

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

偏差（MAD）以及 VaR 和 CVaR 等风险测度的随机占优一致性。

1. 标准差、MAD 和 LPM 风险测度的随机占优一致性

方差或标准差、MAD 等离散指标通常不满足二阶随机占优一致性。以下通过实例加以说明，考虑两个资产 A 和 B，其收益率分布如表 3－5 所示。

表 3－5 资产 A 和 B 的收益分布

	情景 1	情景 2	情景 3	情景 4	情景 5	情景 6
资产 A	1	1	4	4	4	4
资产 B	1	1	3	3	4	4
概率值	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

不考虑投资组合，而只考虑选择一个资产进行投资的问题。显然，对一个投资者，不管其是风险厌恶的、风险中性的，还是愿意冒风险的，都会把资产 A 作为第一选择，因此资产 A 优于资产 B，即 $A \geq_{SSD} B$。但是用 EV 准则，则无法进行选择，这是因为资产期望满足 $\mu_A = 3 > \mu_B = \frac{8}{3}$，资产方差满足 $\sigma_A^2 = 2.4 > \sigma_B^2 = \frac{14}{9}$。从以上分析可以发现，这里方差或标准差风险测度就和二阶随机占优不一致。同理对于平均绝对离差（MAD）测度，也有相同的结论。

Fishburn（1977）证明了下偏位矩 LPM 与随机占优的关系，见式（3－15），有 $n-1$ 阶下偏矩 LPM 与 n 阶随机占优相一致。

2. VaR 风险测度的一阶随机占优一致性

当投资组合能够按照一阶随机占优排序选择时，VaR 与最大化期望效用相一致，不具有一阶尾部风险。然而能够满足使资产组合按照一阶随机占优排序选择的条件比较严格，一阶随机占优排序就是要求一个投资组合的分布函数曲线低于或至少不会高于另一个投资组合的分布函数曲线，但在实践中很难满足。Pfingsten 和 Wolf（1997）证明了 VaR 风险测度与一阶随机占优相一致并不一定与二阶随机占优相一致。参考 Pfingsten 和 Wolf（1997）对 VaR 与一阶随机占优相一致的证明，由一阶随机占优的定义，对任意 $x \in R$ 满足 $F(x;\ X_1) \leq F(x;\ X_2)$，也就有 $\{x \mid F(x;X_1) \leq \alpha\} \subseteq \{x \mid F(x;X_2) \leq \alpha\}$，因而对任意 $x \in R$ 都会有 $\sup\{x \mid F(x;X_1) \leq \alpha\} \geq \sup\{x \mid F(x;X_2) \leq \alpha\}$ 成立。根据由分位数定义的 VaR，有 $VaR_\alpha(X_1) \leq VaR_\alpha(X_2)$，从而证明 VaR 与一阶随机占优相一致。尽管 VaR 在通常情况下不与二阶随机占优相一致，但在一定条件下与二阶随机占优是相一致的。Ogryczak 和 Ruszczynski（1999）证明了如果资产组合损益分布是椭圆分布时（正态分布是椭圆分布的特例），且资产组合损益的均值相等时，VaR 与二阶随机占

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

优相一致。此时，VaR 与最大期望效用相一致。由于椭圆分布还包括 t 分布、帕累托分布等具有厚尾特征的分布，因此，资产组合损益尾部的“厚尾”分布并不一定意味着 VaR 与最大期望效用不具有一致性。也就是说，在一定条件下 VaR 仍然可以估算时间序列的尾部风险。

3. CVaR 风险测度的随机占优一致性

由上分析可知，只有在满足资产组合收益是一阶随机占优排序或损益分布是椭圆分布且均值相等的条件下，VaR 才与最大化期望效用相一致。相对于 VaR、CVaR 与最大期望效用相一致的条件要弱得多。CVaR 是与二阶随机占优相一致，因此由定理 3.2 可知，CVaR 与一阶随机占优也相一致。下面给出相关的证明。

首先，考察 CVaR 与一阶随机占优相一致。证明的过程参考相关献，对任意 $x \in R$ 满足 $F(x;X_1) \leqslant F(x;X_2)$，则有 $\{x \mid F(x;X_1) \geqslant \alpha\} \subseteq \{x \mid F(x;X_2) \geqslant \alpha\}$，因而也有 $\inf\{x \mid F(x;X_1) \geqslant \alpha\} \subseteq \inf\{x \mid F(x;X_2) \geqslant \alpha\}$，即相应的分位数函数满足 $q_t(X_1) \geqslant q_t(X_2)$，因为有 $CVaR(X) = -\frac{1}{a}\int_0^a q_t(X)dt$，可得 $CVaR_\alpha(X_1) \leqslant CVaR_\alpha(X_2)$。

因此，CVaR 关于一阶随机占优一致性的结论就得到了证明。

其次，考察 CVaR 与二阶随机占优相一致。根据 Yoshiba 和 Yamai（2001）的研究，对于两个随机变量 X_1 和 X_2，有推论成立：$X_1 \geqslant_{SSD} X_2 \Rightarrow \int_0^\alpha q_t(X_1)dt \geqslant \int_0^\alpha q_t(X_2)dt$。因此，可以推知 $X_1 \geqslant_{SSD} X_2 \Rightarrow CVaR_\alpha(X_1) \leqslant CVaR_\alpha(X_2)$。所以 CVaR 与二阶随机占优相一致。

如果资产组合不能按照二阶随机占优排序时，CVaR 就不能与最大化期望效用相一致。这就需要一个三阶及三阶以上的随机占优具有一致性风险测度方法对资产组合进行排序。不过，CVaR 与三阶及三阶以上的随机占优不相一致，因此 CVaR 也存在局限性。

在随机占优理论框架下，VaR 是与二阶及二阶以上随机占优不相一致，而 CVaR 是与三阶及三阶以上的随机占优不相一致，显然 CVaR 放宽了条件，因此 CVaR 在性质上相对优于 VaR。

三、基于均值—风险占优的投资组合选择理论

在 Markowitz 投资组合选择理论中，一个理性的投资者总是希望接受在所能承受的风险水平下使期望收益最大，或者在指定收益的水平下使风险最小的投资

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

组合。在 Markowitz 之后，学者们发展了多种不同的投资组合分析方法，大多数都是在均值—风险占优的准则下选择投资组合模型的。只不过，针对出发点不同，采用不同的收益和风险的测度方法。

假定投资组合 x 的随机收益和风险分别记为 $X(x)$、$\varphi(x)$，投资组合的期望收益率记为 $R(x)$，则均值—风险模型为：

$$\max\ \lambda R_p(x) - \varphi(x) \tag{3-16}$$

$$\text{s. t. } x \in \Omega$$

其中，$\lambda>0$ 表示风险容忍系数，其值越大，表明投资者越厌恶风险。设 $x(\lambda)$ 是式（3－16）的最优解，对于任意 $\lambda>0$，期望收益率 $R_p(x(\lambda))$ 和风险 $\varphi(x(\lambda))$ 在风险收益的坐标平面内形成一条连续的曲线，即为 M－V 模型（3－16）的有效边缘。也可以通过求解下面的模型获得相同的曲线。

$$\min\ \varphi(x) \tag{3-17}$$

$$\text{s. t. } R_p(x) = \gamma$$

$$x \in \Omega$$

其中，γ 表示投资者所能接受的期望收益水平。$x(\gamma)$ 为解，对于给定的 γ，设 $\varphi(x(\gamma))$ 为风险 $\varphi(x)$ 的最小值，相应的 $R(x(\gamma))$ 和 $\varphi(x(\gamma))$ 也能给出与式（3－16）相同的有效边缘。如果 $R(x(\gamma))$ 满足严格凹，则参数 γ 和 λ 存在一一对应的关系。

通常在讨论风险资产的选取问题时，常常采用均值作为投资组合期望收益的统计量，对于风险测度指标选取，往往形式多样。由于风险测度指标的不同，构建的投资组合选择模型也不同，因而出现了不同的有效边缘。尽管选取的风险测度不同，但还是在均值—风险平衡的基本思想下来考察投资组合选择。因而也就出现了均值—风险占优准则。

考虑两个资产组合 A 和 B，组合的随机收益分别为 X 和 Y，期望收益分别为 $R(X)$ 和 $R(Y)$，风险分别为 $\varphi(X)$ 和 $\varphi(Y)$。

定理 3.5 X 在均值—风险准则（R，φ）下优于 Y，即 $X \geqslant_{R \atop \varphi} Y$，成立的条件是满足：

$$R(X) \geqslant R(Y) \text{和} \varphi(X) \leqslant \varphi(Y) \tag{3-18}$$

且至少有一个成为严格不等式。

根据式（3－16），有：

$$X \geqslant_{R \atop \varphi} Y \Leftrightarrow \lambda R(X) - \varphi(X) \geqslant \lambda R(Y) - \varphi(Y), \forall \lambda > 0 \tag{3-19}$$

相对于期望效用最大化模型和随机占优模型，均值—风险占优的投资组合选择模型往往更容易实现。对均值—风险占优模型的评价可在期望效用理论下讨论，考察投资组合与效用函数最大化目标相一致。如基于均值—方差占优的最优

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

投资组合就与投资者的二次效用函数的最大化相一致。由于投资者的效用函数不容易确定，也可以在随机占优理论下评价均值—风险模型，也就是考察模型的最优解是否满足二阶随机占优性。

定义 3.5 如果不存在 $Y\in\Omega$，使得 $Y\geqslant_{\frac{R}{\varphi}}X$，称 $X\in\Omega$ 满足均值—风险占优性。

定义 3.6 如果不存在 $Y\in\Omega$，使得 $Y\geqslant_{SSD}X$，称 $X\in\Omega$ 是二阶随机占优（SSD）有效的。

根据 Ogryczak 和 Ruszczynski（1999）的研究，如果有：

$$X\geqslant_{SSD}Y\Rightarrow aR(X)-\varphi(X)\geqslant aR(Y)-\varphi(Y) \quad (3-20)$$

成立，称均值—风险模型对系数 $a>0$ 一致二阶随机占优准则。

如考虑风险函数下半标准差和半绝对离差。表达式如下：

$$\bar{\varphi}(X)=\left(\int_{-\infty}^{R(x)}(R(X)-\varsigma)^2dF(\varsigma)\right)^{1/2} \quad (3-21)$$

$$\bar{\varphi}(X)=\int_{-\infty}^{R(X)}(R(X)-\varsigma)dF(\varsigma) \quad (3-22)$$

有下面的命题成立：

命题 3.1 若有 $X\geqslant_{SSD}Y$ 成立，则有 $R(X)\geqslant R(Y)$ 且 $\lambda R(X)-\bar{\varphi}(X)\geqslant\lambda R(Y)-\bar{\varphi}(Y)$，当 $R(X)>R(Y)$ 时，有 $\lambda R(X)-\bar{\varphi}(X)>\lambda R(Y)-\bar{\varphi}(Y)$。

由命题 3.1 可知，以下半标准差和半绝对离差为风险测度的投资组合选择模型均对系数 $a=1$ 与二阶随机占优准则相一致。

推论 3.1 如果对系数 a，每一个使得 $aR(X)-\bar{\varphi}(X)$ 最大的投资组合 $X\in\Omega$ 在二阶随机占优准则下是有效的，那对于任意 $0\leqslant\lambda\leqslant a$，相应地满足 $\lambda R(X)-\bar{\varphi}(X)$ 最大的投资组合 $X\in\Omega$ 在二阶随机占优准则下也是有效的。

四、基于双边风险测度的投资组合选择模型

（一）均值方差的投资组合选择模型

Markowitz（1952）提出的投资组合选择理论奠定了现代金融学的基础，也是讨论其他投资组合选择模型的起点，其他组合选择模型往往作为均值方差模型的改进而被提出来。

1. Markowitz 的单期投资组合选择模型

假设投资在期初 $t=0$ 买入组合，在期末 $t=T$ 卖出组合，在给定反映投资者

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



风险收益偏好的效用函数以及各种风险资产的期望收益率和风险之后，确定投资者的效用最大的投资组合。这一问题可以表示为：

$$\max\{U(R(x),\varphi(x),\theta)\mid b(R(x),\varphi(x))=0\} \quad (3-23)$$

其中，$U(R(x),\varphi(x),\theta)$ 是反映投资者风险收益偏好的效用函数；$R(x)$，$\varphi(x)$ 表示投资组合 x 的期望收益和风险。这里 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$ 满足式 $x_1+x_2+\cdots+x_n=1$，θ 一般表示投资者的特征向量，如风险厌恶程度、年龄、性别、年收入等。模型（3－23）中约束条件是：

$$b(r(x),\varphi(x))=0 \quad (3-24)$$

确定了投资组合的可行集合。在 Markowitz 模型中，有效投资组合的集合可以通过下面最优化问题来确定：

$$\min\{\varphi(x)\mid R(x)=\gamma,e^Tx=1\} \quad (3-25)$$

对于所有给定的有效投资组合，$(R(x),\varphi(x))$ 在 $(\gamma-\varphi)$ 平面内确定了投资组合的有效边缘，再由 $U(R(x),\varphi(x),\theta)$ 确定效用函数的无差异曲线。图 3－4 给出了无差异曲线与有效边缘的图示。

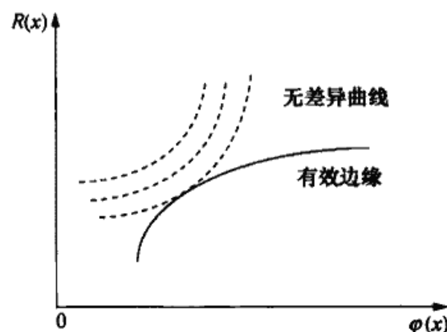


图 3－4　无差异曲线和有效边缘

由图形可知，无差异曲线是凹的，反映投资者风险厌恶程度是单调递增的。有效边缘和无差异曲线相切的点所对应的投资组合，也就是投资者效用取最大值的有效投资组合。

依据均值和方差给定反映投资者的效用函数，其实是简化期望效用准则。Markowitz（1959）也证明了当收益服从正态分布或效用函数是二次函数时，均值—方差准则与期望效用准则是等价的。

2. Markowitz 的确定 M－V 投资组合有效边缘的均值方差投资组合模型

$$\min\ \sigma_x^2=x^TVx \quad (3-26)$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

s. t. $x^T R = R_p$

$x^T e = 1$

其中，R_p 为投资者给定的期望收益目标；V 为方差—协方差矩阵。由于矩阵 V 是正定的，两个约束都是线性约束，模型（3-26）是一个凸的二次规划问题。

其实在 M-V 投资组合选择模型（3-26）中有下面的假设：

（1）所有的 n 种资产都是有风险的。

（2）允许卖空，即允许 $x_i<0$。

（3）n 种资产的收益率服从联合正态分布。

（4）对每种资产上的投资比例是无限可分的。

假设（4）表明对资产 i 上的投资可以取任何连续的小数值，而非实际操作上的离散值，假设（3）保证了协方差矩阵 V 的对称正定性。当然可以对模型进行扩展，如可以在模型（3-26）中加入无风险资产，或者限制每种资产的投资比例，还可以加入限制卖空约束。但会增加模型的处理难度。

3. *收益方差模型存在的不足*

Markowitz 投资组合选择理论对风险决策的期望效用准则作了重大的简化，在此基础上构建简单易行的规范化准则。以收益率期望和方差分别反映投资组合的收益和风险，进而描述理性投资行为的非满足性和风险厌恶性两个特征。但是，均值方差模型也存在着一定的不足，众多学者从不同方面对此进行了阐述，具体表现在以下几点：

（1）从效用函数角度分析，均值方差模型假定投资者的期望效用仅依赖于组合的期望收益与方差，还可能与风险厌恶程度、年龄、性别、年收入等相关，因此该假设往往不能成立。以方差作为风险的测度指标，只有在效用函数满足二次效用函数时才成立，而二次效用函数不是投资者偏好的恰当选择，如在财富超过一定水平后，投资者的边际效用为负值，这一点明显不符合实际。又如具有二次效用函数的投资者，其风险厌恶程度随着财富的增加而增加。但 Arrow 认为，投资者的效用函数应满足边际效用为正、边际效用递减以及绝对风险厌恶非增三个特征。

（2）从投资者真实心理感受分析，用方差来测度投资组合风险是假定收益率正、负偏差之间对称，但投资者对上下偏差具有明显不同的看法，因此违背了投资者对风险的真实心理感受。针对这一缺陷，Markowitz（1959）改进了方差或标准差的模型，提出可以使用半方差作为投资决策的补充，并认为半方差分析倾向于产生比方差分析更好的投资组合。但半方差本身也存在不足，根据前面分析可知，方差不满足一致性风险测度，也不与二阶随机占优相一致。

（3）从计算处理角度分析，要利用均值方差投资组合选择模型，投资者必

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

须要估计感兴趣的风险资产的期望收益率、收益率分布方差以及任意两种风险资产收益率分布之间的协方差。如果要构造包含 n 种风险资产的投资组合，则需要有 n 个风险资产的期望收益率、n 个方差以及$\frac{n(n-1)}{2}$个协方差的值，总共需要有$\frac{2n+n(n-1)}{2}$个估计值。虽然均值方差模型是一个易于理解的模型，可是在分析解决风险资产总体数目较大的投资组合问题时，由于该模型需要太多的估计参数，导致它的应用面相对较小。此外，当有新的数据加入时，均值方差模型需要重新计算一次收益率的方差—协方差矩阵，对于一个比较庞大的投资组合来说，其工作量相当大。另外，均值方差模型是一个二次规划问题，求解难度也是比较大的。因此本书认为均值方差模型不太适合大规模的投资组合选择问题，适用于解决资产配置问题。

对于均值方差模型存在的种种缺陷，学者们提出了可供选择的其他投资组合选择模型。这些模型或者减轻了计算量，或者使风险的度量更符合常理。

（二）均值绝对偏差投资组合选择模型（MAD）

日本学者 Konno（1988）提出投资组合选择的 MAD 模型，这是对传统的 M－V 模型的一个重大修改，它把一个 M－V 投资组合选择模型的二次规划问题转化为 MAD 投资组合选择模型的一个线性规划问题，这对于大规模投资组合的构造有着极其重要的意义。随着计算机技术的广泛应用，这一模型现在已经被广泛地应用到实际投资活动中。下面就讨论 MAD 模型。

1. *资产收益率的绝对偏差的计算*

MAD 投资组合选择模型把 M－V 模型中的风险测度方差替换为绝对偏差，其余不变。对于给定的投资组合 x，设在每种资产上的投资权重为 x_j，第 j 种资产的收益是 r_j，投资组合在绝对偏差意义下的风险定义为：

$$\varphi(x) = E[\,|\sum_{j=1}^{n} x_j r_j - \sum_{j=1}^{n} x_j E(r_j)|\,] \tag{3-27}$$

假设已知构建投资组合的每一种资产有 T 个历史收益率，那么投资组合 x 的风险由下面的公式来估计：

$$\varphi(x) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} |\sum_{j=1}^{n} (r_{j,t} - E(r_j)x_j)| \tag{3-28}$$

需要指出的是，如果 n 种风险资产的收益率呈联合多元正态分布，那么投资组合的绝对偏差和标准差在本质上是相同的。

2. *绝对偏差测度风险的意义下投资组合选择模型*

假设在给定收益率目标下，确定使组合风险最小的投资组合，对应下面的数

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

学模型：

$$\min \varphi(x) = E[\mid \sum_{j=1}^{n} x_j r_j - \sum_{j=1}^{n} x_j E(r_j) \mid] \tag{3-29}$$

$$\text{s. t. } \sum_{i=1}^{n} x_i E(r_i) = R_p$$

$$x^T e = 1$$

可以发现，模型（3－29）完全类似于 M－V 模型中的模型（3－26）。用

$$a_{jt} = r_{jt} - E(r_j), \ j=1, 2, \cdots, n; \ t=1, 2, \cdots, T$$

表示证券 j 的第 i 个历史收益率的偏差，则模型（3－29）可以改写为：

$$\min \varphi(x) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} \mid \sum_{j=1}^{n}(a_{j,t}x_j) \mid \tag{3-30}$$

$$\text{s. t. } \sum_{i=1}^{n} x_i E(r_i) = R_p$$

$$x^T e = 1$$

模型（3－30）是一个非光滑的最优化问题，直接求解比较困难，但可以转化为线性规划问题的形式来求解。令

$$y_t = \mid \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_{jt} \mid, t = 1,2,\cdots,T$$

同时把它改写为：

$$y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_{jt} \geqslant 0, y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_{jt} \geqslant 0, t = 1,2,\cdots,T$$

这样模型（3－30）就转化为下面光滑的最优化问题：

$$\min \varphi(x) = \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} y_j \tag{3-31}$$

$$\text{s. t. } y_t + \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_{jt} \geqslant 0, t = 1,2,\cdots,T$$

$$y_t - \sum_{j=1}^{n} a_{jt} x_{jt} \geqslant 0, t = 1,2,\cdots,T$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i E(r_i) = R_p, x^T e = 1$$

模型(3－31)是一个关于 $n+T$ 个变量的线性规划问题,可采用内点算法求其最优解。

3. MAD 模型与 M－V 模型的比较

理论上看，MAD 最优投资组合选择模型较 M－V 最优投资组合选择模型的优劣在于：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（1）要想利用 M－V 投资组合选择模型，则需要估计$\frac{2n+n(n-1)}{2}$个参数，而 MAD 模型只需要 $n+nT$ 估计量，计算量相对小得多。此外，当有新的数据加入时，M－V 模型需要修正模型，而 MAD 模型不需要修正模型。因此，MAD 模型在处理大规模的投资组合选择时，会比 M－V 模型有效得多。

（2）MAD 模型不要求设定具体的收益率分布形式，且可转化为线性规划问题，同时模型的约束条件只有 $2T+2$ 个，与资产数目 n 无关，即使资产数目很大，约束条件仍然不变，这一点对投资组合的调整非常有意义。相比之下，MAD 模型更易于扩展。

（3）MAD 作为风险测度指标也存在着缺陷。如 MAD 不满足一致性风险测度，与二阶随机占优也不相一致。此外，MAD 指标对每单位相对于均值的偏离都赋予相同的权重，因而未对不同程度的风险做区别对待。

总之，MAD 模型与 M－V 模型相比，由于可归结为线性规划问题，因而实施起来更为方便，且易于扩展。MAD 模型特别适合于大规模的投资组合选择问题，M－V 模型主要被用于解决资产配置问题。

五、基于下偏风险测度的投资组合选择模型

用 M－V 测度风险，人为的要求正负偏差之间是对称的。但实际上，投资者对于均值以上和均值以下偏差的看法具有明显的非对称性，仅仅把下偏差视为真正的风险，于是出现了许多下方风险测度指标。这些指标主要有：下偏矩、半绝对离差、VaR 以及 CVaR 等。这一节主要讨论基于下偏矩和 VaR 的投资组合选择模型。在后面两章中，将重点讨论基于单期 CVaR 和基于多期 CVaR 的投资组合选择模型。

（一）基于下偏距的投资组合选择模型

下偏距（LPM_q）是下方风险的一种，是指给定一个目标收益率 γ，只有小于 γ 的收益率才能被作为风险测度的计算因子。Harlow（1989）给出的基于收益离散分布的下偏距指标：

$$LPM_q(\gamma,x) = \sum_{R_p\in(-\infty,\gamma)} P_p(\gamma - R_p)^q \qquad (3-32)$$

其中，P_p 为组合收益 R_p 发生的概率。对于 q 不同取值的意义，可以参见第二章的 LPM_q 的定义。

以式（3－32）为目标函数，可以构建下面的投资组合选择模型：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$\min LPM_q(\gamma,x) = \sum_{R_p<\gamma}^{\gamma} P_p(\gamma - R_p)^q \tag{3-33}$$

$$\text{s.t.} \sum_{i=1}^{n} w_i E(x_i) = \gamma$$

$$w^T e = 1,\ w_i \geqslant 0$$

当然，式（3－33）也可以扩展，如考虑无风险资产、允许卖空等。不过式（3－33）的求解比较困难，可以参见汪贵浦（2003）对模型的改进，使模型的求解变得相对容易。

需要说明的是，如果投资者的目标收益与资产期望收益率相等，下偏距 LPM_2 就是 Markowitz（1993）的下半方差风险测度指标。

虽然下偏距风险测度指标所依据的风险概念比方差科学，能够反映投资者对风险的真实感受，也适应于一切具有风险厌恶特征的效用函数，但是下偏距风险测度也有许多不足。如没有考虑投资者对不同风险承受能力和偏好，以致无法确定目标收益率 μ 和阶数 q，进而导致基于下偏距风险测度投资组合选择模型实际中不能很好应用。此外，根据前文讨论，下偏距不满足次可加性，不是一致性风险测度。

（二）基于均值—风险价值（M－VaR）投资组合选择模型

由第二章分析可知，VaR 可以精确地衡量和直观地描述市场风险的大小，可以事前计算风险，还可以明确风险损失发生的可能性。VaR 的诸多优点，也是使基于 VaR 的组合选择模型得以广泛应用。下面给出基于 VaR 的投资组合选择模型，进而分析 VaR 的投资组合有效边缘。

假定风险资产集合 $P=\{1, 2, \cdots, n\}$，投资权重为 $x=(x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$，权重向量 x 为决策向量。设 $f(x, y)$ 为与决策向量 x 和市场因子向量 y 相关的益损函数，随机变量 y 的概率密度分布函数为 $p(y)$，则益损 $f(x, y)$ 不超过某一给定值 β 的概率由下式给出：

$$\varphi(x,\beta) = p\{y:f(x,y) \leqslant \beta\} \tag{3-34}$$

或

$$\varphi(x,\beta) = \int_{f(x,y)\leqslant\beta} p(y)dy \tag{3-35}$$

投资组合的期望收益率 $R(x)$ 可以由下式表示：

$$R(x) = \int f(x,y)p(y)dy \tag{3-36}$$

在置信水平 α 下的持有期末的最低投资组合价值 $P^*(x)$ 满足：

$$\alpha = \int_{p^*}^{+\infty} \varphi(x,y)dy \tag{3-37}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

依据第二章式（2－23）的定义，投资组合 x 相对 VaR 为：

$$VaR_\alpha(x)=R(x)-P^*(x) \tag{3-38}$$

基于 VaR 的投资组合选择模型可表示为：

$$\min\ VaR_\alpha(x)=\int f(x,y)p(y)dy-P^*(x) \tag{3-39}$$

$$\text{s.t. } R(x)=\gamma$$

$$x^Te=1$$

其中，γ 为给定一个目标收益率。

由于 P^*（x）是隐函数（3－38）的解，可能存在多极值，因此 VaR 也可能有多重极值问题。此外，VaR 作为投资组合 x 的函数，不具有次可加性、非凸等数学性质，这些性质增加了式（3－39）的求解难度。即使作离散化处理，得到的局部最优解不一定是全局最优解。

如果假定投资组合收益率服从联合正态分布，根据第二章的分析可知，投资组合 x 的风险价值（VaR）可以用参数法计算得到：

$$VaR_\alpha(x)=z_\alpha\sqrt{x^TVx}\sqrt{\Delta t}-R(x)\Delta t \tag{3-40}$$

其中，$\alpha\in(0.5,1)$，z_α 为与置信水平 α 相对应的正态分布的分位数，即有 $\varphi(z_\alpha)=\alpha$，当 $\alpha\leq0.5$ 时，$z_\alpha\leq0$，这时用 VaR 描述风险时，其值为负，不符合风险的实际意义，因此 $\alpha\in(0.5,1)$。在实际的应用 VaR 进行风险控制和管理时，置信水平一般都取 $\alpha\geq0.90$。

模型（3－39）可以转化为下面的二次规划问题：

$$\min\ VaR_\alpha(x)=z_\alpha\sqrt{x^TVx}\sqrt{\Delta t}-R(x)\Delta t \tag{3-41}$$

$$\text{s.t. } R(x)=\gamma$$

$$x^Te=1$$

与模型（3－39）相比，模型（3－41）求解相对容易，求得最优解也不一定是全局最优解。如果要使全局最小 VaR 投资组合 x 存在，置信水平满足 $\alpha=\varphi\left(\sqrt{\frac{d\Delta t}{\alpha}}\right)$ 且持有期满足 $0\leq\Delta t\leq\frac{z_\alpha^2\sigma_p^2}{4\mu^2(x)}$，这里 $\varphi(w)$ 表示标准正态分布的随机变量取值大于等于 w 的累积概率。特别地，全局最小的 VaR 投资组合一定位于 M－V 有效边缘上，并且处于全局最小方差投资组合的上方，如图 3－5 所示。

虽然 VaR 是流行的风险测度指标，基于 VaR 的投资组合选择模型也易于构建，但 VaR 模型的求解比较困难，并且，在通常情况下，VaR 关于组合头寸是非凸的、非光滑的，可能存在多重极值。这些因素都影响基于 M－VaR 的投资组合选择模型的实际应用。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

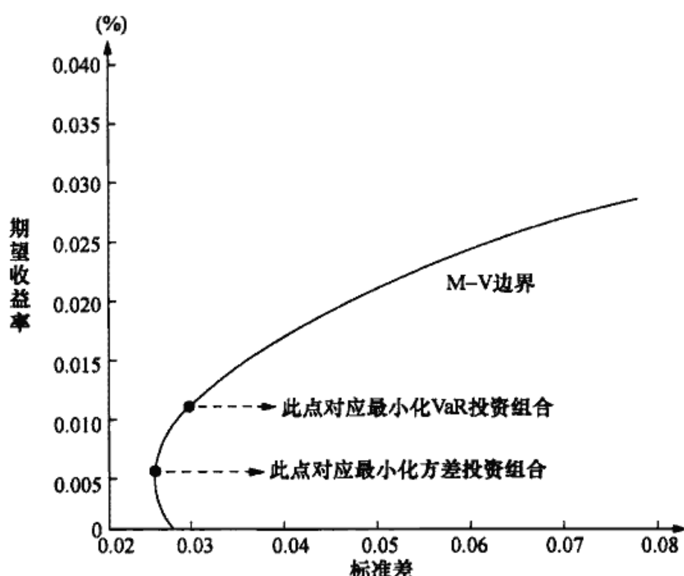


图 3－5　全局最小 VaR 投资组合与全局最小方差投资组合的关系

六、本章小结

本章首先讨论了在一致性测度理论和随机占优理论框架下风险测度方法的选择问题，重点分析了两种理论下的 VaR 和 CVaR 的一致性问题。一致性风险测度理论要求风险度量指标满足四个数理化公理。这些公理虽然是一种数学表述，但却有很强的实际经济意义。如次可加性公理表明投资组合可以分散投资风险。此外，次可加性也可确保风险监管的有效性。考虑到证券投资存在流动性风险，因此要求风险度量指标满足正齐次性公理。由于转移不变性公理则必须在具体的环境下考察，因此，在监管环境下，转移不变性公理确定的是金融机构要求的风险补偿水平。

根据一致性风险测度理论，通常情况下方差或标准差、平均绝对偏差、VaR 等风险测度指标都不是一致性风险测度。但不一定说明这些风险测度指标就一定比一致性测度 CVaR 表现差，每一风险测度指标都有自己的特点，孰优孰劣要根据实际环境而定。当然，在理论分析中，若某一风险测度指标属于一致性风险测度，则可优先考虑采用该测度指标。如投资组合具有分散化效应，VaR 通常不具有次可加性，而 CVaR 具有次可加性，因此基于 CVaR 构造的投资组合选择模型

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

会表现得更好。

然而，一致性风险测度理论也存在一定的缺陷，如正齐次性公理问题，因此可扩展一致性风险测度理论。一是讨论了凸风险测度理论，该理论放宽了一致性测度的公理假设，要求风险测度指标满足凸性条件。二是讨论了谱风险测度理论，该理论将风险管理者的主观风险偏好纳入到风险测度的定义中来。在收益的尾部，投资者呈风险中性时，CVaR 是良好的风险测度指标。但通常情况下假定投资者是风险厌恶的，为了保证谱风险测度为一致性风险测度，损失越大，谱密度权重就应越大。尽管 VaR 在收益尾部可以反映投资的风险厌恶特征，不过其谱密度不是可行谱密度，相应的风险测度也不是一致性风险测度。因此在谱风险测度理论下，VaR 和 CVaR 都不是良好的风险测度指标，但相对而言 CVaR 要优于 VaR。

由于一致性风险测度理论不能将风险测度和不确定情形下投资者的偏好联系起来，因而可引入随机占优理论，随机占优理论与期望效用理论联系紧密，一阶随机占优只要求投资者效用函数递增，不考虑风险特征，适用于所有投资者。二阶随机占优假定效用函数的二次导数为负，它是风险厌恶型投资者的有效性准则。在特定情形下，也可以考虑高阶以上的随机占优，不过在经济领域中，常用的还是一阶随机占优（FSD）和二阶随机占优（SSD）。

然而，在一般情况下，标准差、平均绝对偏差（MAD）等风险测度都不与二阶随机占优相一致，VaR 在特定条件下才与二阶随机占优相一致。而 CVaR 在任意情况下都与二阶随机占优相一致。因此在随机占优的理论下 CVaR 也是相对优于 VaR 的。

其次讨论了均值风险占优原则。以未来投资组合收益率分布的均值作为投资组合的预期收益的度量，用方差、MAD 等指标来度量风险。在 Markowitz 的期望收益—风险平衡的基本思想指导下，构建投资组合选择模型。在模型构建的过程中，不同风险测度指标对应的组合模型性质差别很大，处理难度也不同。

再次考察了经典的 Markowitz 的均值方差模型，均值方差模型可归结为凸二次规划问题。然而，对于一个庞大的投资组合选择来说，其求解的工作量相当大，且数据更新时，还需要对模型进行调整，从而限制了该模型的实际应用。均值方差模型假定资产收益率服从正态分布，也假定投资者是风险厌恶的，且具有二次效用函数，但实际中，投资组合收益的正态分布往往并不满足，二次效用函数也不能完全反映投资者的选择偏好。此外，方差把均值以上的波动也视为风险，违背了投资者对风险的真实心理感受。

与均值方差模型相比，MAD 模型是均值方差模型的改进，可以转化为线性规划问题，因而易于求解和扩展，所以 MAD 模型特别适合大规模投资组合选择

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

问题。但是，MAD 指标不能描述收益分布的尾部风险，也不能很好地反映投资者的风险厌恶特征。

最后考察了基于下偏矩和 VaR 的投资组合选择模型，这两种风险测度指标属于下方风险测度。下偏距风险测度理论比期望方差理论优越，该指标将损失作为风险的计量因子，能够反映投资者对风险的真实感受。但是下偏距风险测度也有许多不足，如没有考虑投资者对不同风险承受能力和偏好，以致无法确定目标收益率 μ 和阶数 q，进而导致基于下偏距风险测度投资组合选择模型在投资实践中不能很好地应用。

VaR 是目前应用比较广泛的一种风险测度，理论上也可以建立基于 VaR 的投资组合选择模型。但 VaR 不满足次可加性蕴含了投资组合多样化可能导致风险的增加，资产组合可能达不到分散和降低风险的效果，显然这与风险分散化理论相违背。由于 VaR 不是一个凸风险测度，若投资组合收益分布不满足联合椭圆分布时，VaR 很难应用于投资组合选择，并且可能会导致很多局部最优解。此外，VaR 模型求解也比较困难，至今还没有有效的算法。

通过本章对风险测度指标性质分析，以及对投资组合选择模型的讨论，可以发现，不同风险测度指标导致了不同类型的投资组合选择模型，而且风险测度的性质对投资组合模型的性质有着显著的影响。在后面的三章里主要探讨基于 CVaR 的投资组合选择模型，相比本章分析的几种组合选择模型，CVaR 模型有着无可比拟的优势，不仅具有优良风险测度性质，还具有良好的操作性。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第四章　考虑非线性交易费用的单期 CVaR 组合选择

本书在第二章讨论风险度量的性质时，指出 CVaR 满足一致性风险测度，能够反映风险的分散化效应。同时也指出，非系统风险管理的实质是投资组合选择问题，它不断地调整影响风险的因素，从而控制风险。因此要求选择模型不但性质完美，而且要易于实施和扩展。本章以 CVaR 作为风险测度，考虑非线性交易费用下的投资组合选择问题，及投资组合的有效边缘。

一、投资交易费用

假定证券市场上存在 n 种风险资产，每一种资产在交易时都需要支付交易费用，其交易费用一般分为固定交易费用和可变交易费用。在交易某种资产时固定交易费用是必须支付的费用，同交易量的多少无关。可变费用则由交易量的大小确定，设资金总额为 1 个单位，投资在第 i 种资产上的资金比例为 x_i，那么第 i 种资产的交易费用函数可以表示为：

$$C_i\ (x_i)=\begin{cases}d_i+f_i\ (x_i),\ x_i\neq 0,\ i=1,\ 2,\ \cdots,\ n\\ 0,\ x_i=0\end{cases}$$

其中，d_i 表示固定的交易费用；$f_i\ (x_i)$ 表示可变交易费用。

由于交易费用随着交易量增加而增加，且边际交易费用递减，这一点和实际证券市场交易数据是吻合的，但是，如果在第 i 种资产上投资量超过一个阀值 $\bar{x}_i$，那么这种资产的流动性变差，会导致边际交易费用递增。因此在假设交易费用函数二阶光滑和 $x_i\leqslant\bar{x}_i$ 的条件下，交易费用函数具有的性质：

①$C'_i\ (x_i)\ \geqslant 0$，即交易费用随着交易量增加而增加；

②$C''_i\ (x_i)\ <0,\ x_i\leqslant\bar{x}_i$，即边际交易费用递减。

由此可知，为了使交易费用函数符合证券市场实际交易情况，所构造的交易费用函数必须满足在门限值 $\bar{x}_i$ 左边，交易费用函数必须为凹函数，在 $\bar{x}_i$ 右边，交易费用函数必须为凸函数。交易费用函数曲线如图 4－1 所示。图中的横坐标

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表示交易量，纵坐标表示交易费用，点 $\bar{x}_i$ 为门限值，这一点左边的曲线为凹函数曲线，右边的曲线为凸函数曲线。假定在每一种资产上的投资量 x_i 都不超过阀值 $\bar{x}_i$，这样就可以用凹函数来表示实际的交易费用函数。

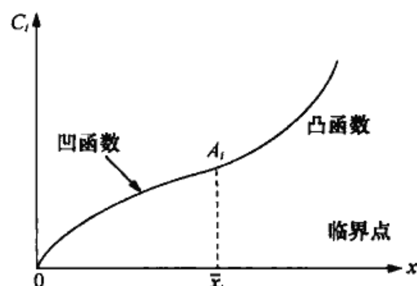


图 4－1　交易费用曲线

二、基于 CVaR 的投资组合选择模型的性质

在第三章中我们讨论了均值—风险占优下的投资组合选择问题，了解经典投资组合选择模型的核心思想是要在承受特定风险水平的条件下实现预期收益的最大化，或者在实现一定收益的前提下使风险最小化。基于 CVaR 投资组合选择模型也体现这一思想，其一般形式为：

$$\min_{x\in X} CVaR_\alpha\ (x) \qquad (4-1)$$

$$R\ (x)\ \geqslant \gamma$$

$$\text{s. t.}\ \ e^T x = 1,\ x \geqslant 0$$

其中，$R(x)$ 为投资组合收益函数；γ 为给定的最低收益水平。如果市场允许卖空，x 可以取负值。

对于式（4－1）的投资组合选择模型，由风险 CVaR 的定义，很难直接计算，因为不管是离散型的 CVaR，还是连续型的 CVaR，都要涉及 VaR 这个参数，而这个参数又是内生的。Rockafellar（2000）通过构造一个辅助函数来解决这个难题，即先构造一个凸函数，然后把对 CVaR 的求极值问题转化为对该函数的求极值问题。

设 $f(x,\ y)$ 为与决策向量 x 和市场因子向量 y 相关的益损函数，随机变量 y 的概率密度分布函数为 $p(y)$，$f(x,\ y)$ 不超过任一给定值 β 的概率记为 $\phi(x,$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$\beta)=p\{y: f(x, y)\leq\beta\}$。Rockafellar 所构造的函数具有如下形式：

$$F_\alpha(x, \beta)=\beta+(1-\alpha)^{-1}E\{[f(x, y)-\beta]^+\} \tag{4-2}$$
$$=\beta+(1-\alpha)^{-1}\int[f(x,y)-\beta]^+p(y)dy$$

其中，表达式 $[t]^+$ 定义如下 $[t]^+=\max(t, 0)$，α 为置信水平，β 为任一给定值。假设 $\phi(x, \beta)$ 关于 β 连续，这一假定等价于对任意给定的 x，使 $f(x, y)=\beta$ 的 y 的集合具有零概率：

$$\int_{f(x,y)=\beta}p(y)dy=0 \tag{4-3}$$

并且这些结果总是成立。

基于 $\phi(x, \beta)$ 关于 β 连续假设的基础上，下面给出 CVaR 与函数 $F_\alpha(x, \beta)$ 之间的关系。

引理 4.1 对给定的 x，考察 β 的函数：

$$g(\beta)=\int_{R^m}[f(x,y)-\beta]^+p(y)dy \tag{4-4}$$

在假设式（4－3）成立的条件下，$g(\beta)$ 是连续可微的凸函数，且其导数为：

$$g'(\beta)=\phi(x,\beta)-1$$

根据这一引理可以得到如下定理。

定理 4.1 设 $F_\alpha(x, \beta)$ 由式（4－2）定义，且关于 β 是连续可微凸函数，则对于任意给定的投资组合 x，其在给定置信水平 α 下的 CVaR 可由下述最优化问题确定：

$$CVaR_\alpha(x)=\min\{F_\alpha(x,\beta): \beta\in R\} \tag{4-5}$$

其中，R 为实数集合。问题（4－5）最优解的集合 $A_\alpha(x)=\arg\min\{F_\alpha(x, \beta): \beta\in R\}$ 是非空有界的区间，而区间 $A_\alpha(x)$ 的左端点即为投资组合 x 在置信水平 α 下的 VaR，即总有：

$$VaR_\alpha(x)\in A_\alpha(x)\text{且 }CVaR_\alpha(x)=F_\alpha[x,VaR_\alpha(x)] \tag{4-6}$$

根据这一定理，要确定给定投资组合 x 在给定置信水平 α 下的 VaR 或 $CVaR$，只需对连续可微的凸函数 $F_\alpha(x, \beta)$ 关于 β 求极小，则所得的最优解 β^* 一般就是 $VaR_\alpha(x)$，而 $F_\alpha(x, \beta)$ 的最优值为 $CVaR_\alpha(x)$，下面定理提供了用函数 $F_\alpha(x, \beta)$ 确定基于 $CVaR$ 的最优投资组合的可能。

定理 4.2 给定置信水平 α，在投资组合的可行集 X 中确定使 $CVaR$ 最优的投资组合 x 等价于在集合 $X\times R$ 上关于 x 和 β 极小化 $F_\alpha(x, \beta)$，即有：

$$\min\{CVaR_\alpha(x): x\in X\}=\min\{F_\alpha(x,\beta): (x,\beta)\in X\times R\} \tag{4-7}$$

其中，$F_\alpha(x, \beta)$ 是关于 (x, β) 的凸函数；$CVaR_\alpha(x)$ 是关于 x 的凸函

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

数，若益损函数 $f(x, y)$ 关于 x 凸，可行集是凸集，则上述优化问题是一个凸规划问题。

该定理说明，对 $CVaR_\alpha(x)$ 关于 x 的最小化求解问题，可以转化为对 $F_\alpha(x, \beta)$ 是关于 (x, β) 的最小化求解问题。

依据定理 4.2，考察下面两个投资组合选择问题：

$$\max_{x \in X} R(x) \tag{4-8}$$
$$\text{s.t. } CVaR_\alpha(x) \leqslant l,\ x \in X$$

和

$$\max_{x \in X} R(x) \tag{4-9}$$
$$\text{s.t. } F_\alpha(x, \beta) \leqslant l,\ (x, \beta) \in X \times R$$

其中，l 为可承受的风险水平，其大小与投资者的风险容忍程度有关。这两个问题是等价的，即两个目标函数能达到相同的最小值。

通过以上分析表明，以 CVaR 为约束的投资组合选择问题，可以转化为易求解的问题（4-9），而得到相同的最优解，同时降低了问题的处理难度。

三、复杂约束下的投资组合选择模型构建

以上分析可以发现，以 CVaR 为约束的投资组合选择问题可以转化为凸规划问题，但是基于 CVaR 的投资组合选择模型本质上是随机规划问题，求解仍然比较困难。不过，在有限情景下，对 CVaR 问题求解可转化为线性规划问题的求解。本部分给出一种新的单期 CVaR 投资组合选择模型。

（一）基本的 CVaR 投资组合选择模型

假设 n 种风险资产组成的投资组合权重为 $x = (x_1, x_2, \cdots, x_n)^T$，其中

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, i = 1, 2, \cdots, n$$

基于 CVaR 的投资组合选择问题可表示为：

$$\max_{x \in X} R(x) \tag{4-10}$$
$$\text{s.t. } F_\alpha(x, \beta) = \beta + (1-\alpha)^{-1} E\{[f(x, y) - \beta]^+\} \leqslant l$$
$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, i = 1, 2, \cdots, n$$

其中，l 为投资者风险容忍水平。

假设未来有可能出现 J 种情况，如可取过去历史上 n 种证券的 J 个交易日的

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

收益数据。每种情况下 y 的取值 $y_j(j=1,2,\cdots,J)$，引入松弛变量 z_j，$j=1,\ \cdots,\ J$，满足 $z_j\geqslant f(x,\ y_j)-\beta$，$z_j\geqslant 0$，则模型（4－10）可改写为：

$$\max_{x\in X} R(x) \tag{4-11}$$

$$\text{s.t. } F_x(x,\ \beta)=\beta+(1-\alpha)^{-1}E(z_j)\leqslant l$$

$$z_j\geqslant f(x,\ y_j)-\beta,\ z_j\geqslant 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, i = 1,2,\cdots,n$$

模型（4－11）属于有限情景问题，可利用历史数据对其进一步简化。因此函数 $F_\alpha(x,\ \beta)$ 可以用下式近似表示：

$$\tilde{F}_\alpha(x,\beta) = \beta + \frac{1}{J(1-\alpha)}\sum_{j=1}^{J}[f(x,y_j)-\beta]^+ \tag{4-12}$$

$\tilde{F}_\alpha(x,\ \beta)$ 关于 β 是凸的分段函数，关于 β 不一定可微。如果益损函数 $f(x,\ y)$ 关于 x 是线性函数，本章中取风险因子向量 $y=(y_1,\ y_2,\ \cdots,\ y_n)^T$ 表示所有资产在持有期末的价格向量。以随机模拟法为例，假定资产初始价格向量为 $y_0=(p_{1,0},\ p_{2,0},\ \cdots,\ p_{n,0})^T$，且利用随机模拟法已得到在第 J 种情景下持有期末资产的价格向量为 $y_j=(p_{1,j},\ p_{2,j},\ \cdots,\ p_{n,j})^T$，$j=1,\ \cdots,\ J$，这里 J 表示模拟的总情景数。那么可得 J 种情景下持有期末的投资组合的价值 $\sum_{i=1}^{n}x_ip_{i,j}$，由于投资组合的初始价值为 $\sum_{i=1}^{n}x_ip_{i,0}$，因此在第 J 种情景下持有期内组合损失 $f(x,\ y)$ 为：

$$f(x,y_j) = \sum_{i=1}^{n} x_i(p_{i,0}-p_{i,j}) = x^T\Delta y_j, j = 1,\cdots,J \tag{4-13}$$

其中，$\Delta y_j=(p_{1,0}-p_{1,j},\ p_{2,0}-p_{2,j},\ \cdots,\ p_{n,0}-p_{n,j})^T$ 表示资产在第 J 种情景下的价格变动向量。

这里设资产价格样本是等概率选取，即概率值为 $1/J$，第 i 种资产的平均收益率为：

$$r_i = \frac{1}{J}\sum_{i=1}^{J} r_{i,j}, i = 1,\cdots,n$$

其中，$r_{i,j}$表示第 i 种资产在 J 种情景下的对数收益率。

令 $v=[(1-\alpha)\ J]^{-1}$，在给定投资者最大风险容忍能力 l 和置信水平 α 下，模型（4－11）可转化为如下的线性规划模型：

$$\max_{x\in X} r^T x \tag{4-14}$$

$$\text{s.t. } \beta + v\sum_{j=1}^{J} z \leqslant l$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$z_j \geq x^T \Delta y_j - \beta$，$z_j \geq 0$，$j = 1$，…，$J$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1, i = 1,2,\cdots,n$$

上述引入 $\tilde{F}_\alpha$（x，β）的过程就是对模型线性化的过程，模型（4－14）的求解就相对简单了。

（二）复杂约束下模型参数确定

在上面的基本模型中，没有考虑投资实践中可能有的其他约束，这些约束对投资者有直接的影响。对于证券资产组合，则主要约束可能有：①交易成本。最优的投资组合与总的交易成本有关。②单一证券价值在整个投资组合价值中所占比例的上限和下限。③某一行业或板块的股票在整个组合中比例的上限和下限。④对交易量的限制。⑤设定风险承受水平。

在 CVaR 模型中，上述约束是易于处理的。下面就部分约束加以分析，对模型（4－14）进行拓展。

（1）投资比例约束。在投资实践中，为了避免持有资产不足或者过度集中，通常要求投资在单个资产的比例位于某一限度内。在本书中我们假定在每一资产的投资比例 x_i 都不超过门限值 $\bar{x}_i$，为了保证边际交易费用递减，从而保证交易费用是凹函数。

$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i$，$i = 1$，…，$n$　　　　（4－15）

其中，$\underline{x}_i$，$\bar{x}_i$ 分别表示投资于资产 i 的最小权重和最大权重，x_i 可以小于零，即允许卖空。

（2）行业或板块投资约束。行业或者板块约束就是为了有效地防止投资过度集中在一个或某几个行业或板块。假设共有 m 个行业，投资者希望组合中第 j 类行业的投资区间为［$\underline{a}_j$，$\bar{a}_j$］，$j = 1$，2，…，m，则行业约束设定如下：

$$\underline{a}_j \leq \sum_{i=1}^{n} x_i D_{ij} \leq \bar{a}_j, j = 1,2,\cdots,m \qquad (4-16)$$

其中，D_{ij}为 0－1 变量，当资产 i 属于第 j 个行业时，D_{ij}取 1，否则 D_{ij}取 0。

根据以上分析，就能够建立在风险及其他约束下最大化收益的投资组合选择模型，用于构造最优投资组合。模型如下：

$\max\ r^T x - C\ (x)$　　　　（4－17）

$$\text{s.t.}\ \beta + v\sum_{j=1}^{J} z_j \leq l \qquad (4-18)$$

$z_j \geq x^T \Delta y_j - \beta$，$z_j \geq 0$，$j = 1$，…，$J$　　　　（4－19）

$\underline{x}_i \leq x_i \leq \bar{x}_i$，$i = 1$，…，$n$　　　　（4－20）

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$\underline{a}_j \leqslant \sum_{i=1}^{n} x_i D_{ij} \leqslant \bar{a}_j,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ m \tag{4-21}$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{4-22}$$

其中，$C(x)$ 表示投资组合的交易费用。

（三）投资组合选择模型的经济解释与求解

目标函数（4－17）表示最大化投资组合的净收益。$r^T x$ 表示投资组合的收益，是关于决策向量 x 的线性函数。$C(x)$ 表示投资组合的交易费用，是关于决策向量 x 的非线性函数。在单个资产的投资比例位于某一限度内时，实际交易费用可以用凹函数来描述，本书用二次函数 $C(x_i)=\frac{1}{2}a_i x_i^2+b_i x_i+c_i$，表示第 i 种资产的凹交易费用函数，$i=1,\ \cdots,\ n$。

约束条件（4－18）和（4－19）是代替风险约束 $CVaR_a(x)\leqslant l$ 的一组线性不等式，约束条件（4－20）的作用是一方面避免投资者持有资产过度集中或者不足，另一方面保证边际交易费用递减。

约束条件（4－21）的作用是避免投资过度集中在一个或几个行业或者板块。

从以上分析可知，投资组合选择模型（4－17）～（4－22）是一个可分离的凹规划问题，用传统凹规划方法求解这类问题的计算量大且效果不理想。由于凹交易费用函数的可分离性，因此可以利用分支定界算法来求解。

在一个多面体和超矩形上，考察可分离凹函数的选择问题模型（4－17）～（4－22），为了方便起见，用一般模型表示为：

$$\max\ \{f(x)\ \mid x\in W,\ a\leqslant x\leqslant b\} \tag{P1}$$

这里目标函数为：

$$f(x) = R(x) - C(x) = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i) \tag{4-23}$$

其中，$R(x)=\sum_{i=1}^{n} R_i(x_i)$，$R(x_i)=r_i x_i$，$r_i$ 为资产 i 的期望收益率。$C(x)=\sum_{i=1}^{n} C_i(x_i)$，$C(x_i)=\frac{1}{2}a_i x_i^2+b_i x_i+c_i$，$i=1,2,\cdots,n$，$a_i,b_i,c_i$ 为系数，$C(x_i)$ 为第 i 个资产的凹交易费用函数，$f_i(x_i)=R_i(x_i)-C_i(x_i)$，为凸函数，决策变量为 $x=(x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n)$，记可行集合为 $D\cap S$，其中 $D=\{x \mid \sum_{i=1}^{n} x_i=1, z_j\geqslant x^T\Delta y_j-\beta, z_j\geqslant 0, \underline{a}_j\leqslant \sum_{i=1}^{n} x_i D_{ij}\leqslant \bar{a}_j,\ j=1,\ \cdots,\ J,\ \underline{x}_i\leqslant x_i\leqslant \bar{x}_i,\ i=1,\ \cdots,\ n\}$，为多面体，$S=\{a\leqslant x_i\leqslant b, i=1,2,\cdots,n\}$，为超矩形，超矩形下界为 $a=(a_1,a_2,\cdots,$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$a_n)^T$,上界为 $b=(b_1, b_2, \cdots, b_n)^T$。需要说明的是，约束条件模型（4－20）和超矩形上下界是一致的。

对问题（P1），令

$$h^0(x) = \sum_{i=1}^{n} h_i^0(x_i)$$

这里，h_i^0（x_i）是在区间［a_i，b_i］上关于 f_i（x_i）的一个线性高估函数，h_i^0（x_i）$=\delta_i x_i+\eta_i$，$i=1, 2, \cdots, n$，如图 4－2 所示。

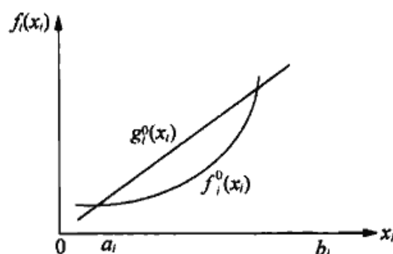


图 4－2　线性高估函数

其中，$\delta_i=\dfrac{[f(b_i)-f(a_i)]}{(b_i-a_i)}$，$\eta_i=f(a_i)-\delta_i a_i$，$i=1, 2, \cdots n$，用 h_i^0（x_i）在区间［a_i，b_i］上近似代替原来的凸函数 f_i（x_i），有（P1）的近似问题：

$$\max\{h^0(x) = \sum_{i=1}^{n} h_i^0(x_i) \mid x \in W, W = S \cap D\} \tag{P2}$$

（P2）是一个线性规划问题，可以用内点算法来求解。令 $\hat{x}^0$ 为（P2）的最优解，根据文献，可以得到原问题（P1）的最优值 f（x）的一个上界 g^0（$\hat{x}^0$）和一个下界 f（$\hat{x}^0$），如果满足 $g^0(\hat{x}^0)-f(\hat{x}^0)\leqslant\varepsilon$ 时，$\hat{x}^0$ 就是（P1）的一个近似最优解，这里 ε 为给定的误差限。如果 $g^0(\hat{x}^0)-f(\hat{x}^0)>\varepsilon$ 时，选超矩形 S 的一个边，以这个边的中点把可行域区域一分为二，分成两个子区域 S_1 和 S_2，在这两个子区域上重复上述分支定界过程。

下面给出分支界定算法的步骤：

（1）设 $k=0$，$a^0=a$，$b^0=b$，记 $s_0=s$，给定 $\varepsilon>0$，求解（$P2$）得到一个最优解 $\hat{x}^0$。令集合 $Q=\phi$，设 $\tilde{x}=\hat{x}^0$，$\bar{f}=f(\hat{x}^0)$，若 $h^0(\hat{x}^0)-f(\hat{x}^0)\leqslant\varepsilon$，转（7）；否则转（6）。

（2）从 Q 中选择一个子问题，记为（Q_k）：

$$\max\{f(x) \mid x\in W, x\in S_k\} \tag{Q_k}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$Q=Q\setminus\{Q_k\}$；求解 Q_k 的线性高估问题（$\bar{Q}_k$）：

$$\max\ \{h^k(x)\ |\ x\in D\cap S_k\} \qquad (\bar{Q}_k)$$

若（$\bar{Q}_k$）不可行，转（7），否则记最优解为 $\hat{x}^k$。

（3）若 $h^k(\hat{x}^k)\leqslant\tilde{f}$，转（7）。

（4）若 $h^k(\hat{x}^k)-f(\hat{x}^k)>\varepsilon$，转（6）。

（5）若 $f(\hat{x}^k)<\tilde{f}$，转（7），否则令 $\tilde{x}=\hat{x}^k$，$\tilde{f}=f(\hat{x}^k)$，转（7）。

（6）将 S_k 按照选定的某个正则超矩形二分过程分割为 S_{k_1} 和 S_{k_2}，生成两个子问题并纳入集合 Q。

（7）若 $Q\neq\phi$，令 $k=k+1$，转 2，否则终止算法，输出（P1）的最优解 $\tilde{x}$。

定理 4.3 当 k 趋于无穷大时，由分支定界算法产生的序列 $\tilde{x}$ 收敛于问题（P1）的全局最优解。

四、收益率情景生成

在利用 CVaR 作为风险度量工具进行投资组合选择时，由于引起投资组合发生价值损失的风险因素的分布一般是未知的，只能利用情景分析法。投资者根据资产价值的过去历史变化情况，加上掌握的最新信息，对其未来变化做出估计。因此对函数 F_α（x，β）进行简化时，假设未来有可能出现 J 种情况，但没有具体给出未来经济环境的刻画，仅仅以交易日的收益率来说明函数 F_α（x，β）的离散化。应当说明的是，在投资组合选择的随机规划建模过程中，不确定的经济情景（一般指收益率情景或价格情景）的生成至关重要，情景的数量和结构直接关系到投资组合选择模型的复杂性和可靠程度，而风险资产的收益情景能否较好地与实际分布吻合是投资组合决策成败的关键。生成收益率情景常用的方法主要有两种：历史模拟法和蒙特卡罗模拟法，但在实际应用中，这两种方法都存在一定的不足，因而本书考虑使用滤波历史模拟法生产收益率情景。

（一）滤波历史模拟法

在第二章中，本书通过历史模拟法和蒙特卡罗模拟法计算资产的 VaR 值，利用 VaR 和 CVaR 的关系，可以进一步确定 CVaR 值。不过，利用历史模拟法和蒙特卡罗模拟法确定 VaR 和 CVaR 值都存在一定的不足。

用历史模拟法计算 VaR 和 CVaR 值，优点在于：它对投资组合收益的变动不作任何统计分布假定，故而无须估计分布的参数，并可有效包容肥尾、集聚和爆

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

发性等动态特征。缺点也与它完全以历史数据来预测未来变动有关。这实际上是假定投资组合收益的随机特性根本不随时间发生变化，这明显与金融市场的实际情况不一致。此外，为了提高该方法预测的准确性，计算时通常要采用较长的样本区间，并对所有的历史数据给予相同的权重，这势必导致过多地强调了较早数据的作用，而忽视了近期数据的作用。

蒙特卡罗模拟法的优点在于可产生大量的情景，在一定程度上克服了历史模拟法的不足，保留了全值估计模型的特点，成为目前进行金融市场风险 VaR 测量的最有力工具。对于非线性价格风险、波动性风险、肥尾分布、极端事件甚至信用风险，它都能有效地处理。当然蒙特卡罗模拟法也存在一些问题。首先，该模拟方法计算量非常大，计算时间长且比较复杂。其次，该方法能否正确估计资产的市场风险暴露，很大程度上取决于模拟时是否使用了合适的随机过程模型。这两方面的因素使该方法具有相当的模型风险。另外，蒙特卡罗模拟方法的基本思想是通过大量模拟抽样，使模拟分布最终收敛于真实分布。如果模拟抽样进行得不充分，重复次数太少，会极大影响模拟的效果。

针对历史模拟法和蒙特卡罗模拟法的不足，Bourgoin 和 Vosper（1999）提出了滤波历史模拟法，该方法结合了蒙特卡罗模拟法和历史模拟法。滤波历史模拟法的基本思想就是在条件均值方差中考虑滑动平均项，以消除收益率序列的相关性，同时，用 GARCH 模型刻画收益率序列的聚集性和杠杆性。

如前文所述，历史模拟法假定每个收益率数据出现的概率相同，同时满足正态独立同分布，但实际收益率数据并不满足这样的假设。一方面，实际金融收益率序列具有尖峰、厚尾特征，而并不符合正态分布假设；另一方面，金融时间序列数据存在波动聚集性特征，因此样本量的选择对历史模拟法就显得很重要。选取的样本数据过多可能忽视波动聚集性现象的存在，过少又会导致尾部数据不足，进而低估极端风险。所以在对金融收益率序列进行建模时，必须考虑以上特征，而这些特征可由基于 GARCH 模型的滤波历史模拟法来描述。

假设 p_t 表示时刻 t 的股票价格，r_t 表示股票日对数收益率，定义为 $r_t = \log(p_t \mid p_{t-1})$，由定义可知 r_t 度量股票价格的变化。由于多种复杂因素的影响，股票收益率序列存在一定的自相关。这里采用 ARMA（1，1）模型作为股票收益率的均值方程；同时考虑到股市波动的时变性、集聚性，用 GARCH 模型来拟合收益率的条件方差。

均值方程：$r_t = a + \phi r_{t-1} + \theta a_{t-1} + a_t$ （4－24）

其中，$a_t = \sigma_t \varepsilon_t$，$\varepsilon_t$ 服从独立同分布。

随机误差项 a_t 服从下面的波动模型，即收益率的条件方差满足方程：

GARCH：$\sigma_t^2 = c + \alpha a_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2$ （4－25）

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



其中，a 和 c 为常数，ϕ 为自回归系数，θ 为滑动平均系数，α 为 ARCH 项，β 为GARCH 项。由于 ε_t 服从独立同分布，因此 ε_t 可以被随机产生。

下面给出滤波历史模拟法的步骤：

（1）假设 σ_{t+1} 的值确定，利用 Eview 方程估计，用历史收益率数据给出 ARMA（1，1）-GARCH（1，1）模型中的参数 a，c，ϕ，θ，α，β 的估计值，记为 $\bar{a}$，$\bar{c}$，$\bar{\phi}$，$\bar{\theta}$，$\bar{\alpha}$，$\bar{\beta}$。

（2）从分布函数中抽取样本 ε_{t+1}，由 $a_{t+1}=\sigma_{t+1}\varepsilon_{t+1}$ 得到估计值 $\bar{a}_{t+1}$。

（3）由估计值 $\bar{a}_{t+1}$ 和均值方程（4-24）可得收益率情景 r_{t+1}。

（4）$t+1$ 期的条件方差估计为：$\bar{\sigma}_{t+1}^2=\bar{c}+\bar{\alpha}\bar{a}_t^2+\bar{\beta}\bar{\sigma}_t^2$。

（5）重复步骤（2）~（4），直到样本量满足需求时终止。

根据以上分析，由基于 GARCH 模型的滤波历史模拟法得到的收益率序列满足独立分布的要求。

（二）滤波历史模拟法实例分析

以上证综合指数为例，介绍如何利用滤波历史模拟法生成独立的收益率情景。样本区间为2004 年2 月 24 日至2008 年4 月 25 日上证综合指数的日收盘价，共 1256 个交易数据。首先简单地描述一下要分析的数据特征。

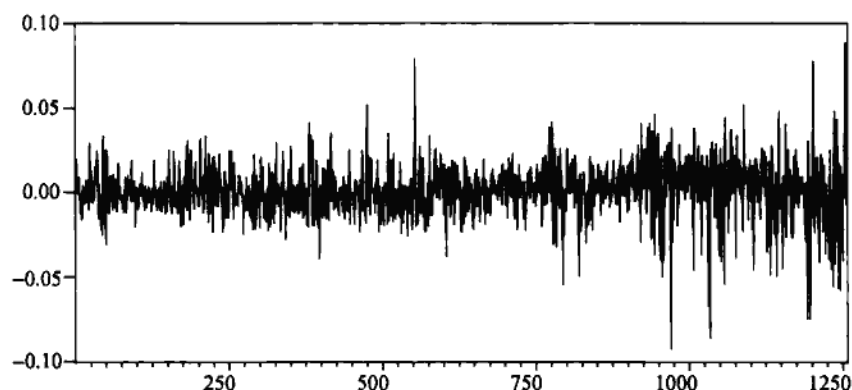


图 4-3　上证综合指数收益率曲线

由图 4-3 可以看出，收益率时间序列中出现了多个异常的峰值，而且某些异常波动性也出现了聚集，体现出序列波动的条件异方差现象，这也说明这些序列多数不是随机游走过程。这可以通过描述性统计量的 Ljung-Box 的 Q 统计量和自相关函数体现出来。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

首先，进行正态检验，在正态分布的原假设下，在样本选取期间，上证综合指数日收益率的均值为0.000698，标准差为0.016661，偏度为-0.348381，峰度为6.81709，J-B统计量值为787.286，概率值为0.00000。其中概率值是J-B统计量超出原假设下的观测值的概率，由于值很小，说明应拒绝对数收益率服从正态分布的原假设，且收益率的峰度远远大于3。说明其分布显著异于正态分布。

其次，考察综合指数收益列的自相关性。图4-4给出了指数收益率序列的自相关函数。

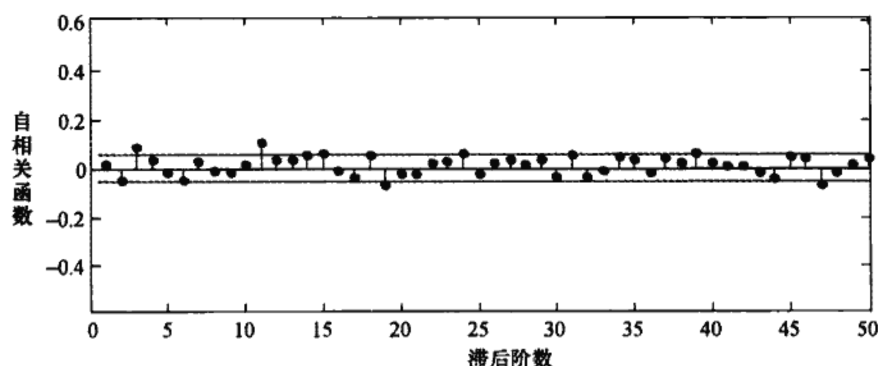


图4-4　上证综合指数收益率样本自相关函数

从图4-4可以看出，收益率时间序列在滞后阶数4阶以后存在一定程度的自相关性，用Ljung-Box的Q统计量检验结果如表4-1所示。

表4-1　上证综合指数自相关性检验

滞后阶数	Ljung-Box统计量Q值	临界值（LB值）	检验概率（P值）
5	17.727	13.528	0.003
10	21.640	18.456	0.017
15	44.672	30.221	0.000
20	50.920	32.327	0.000
25	57.807	35.798	0.000

检验的结果也表明，在置信水平为0.05的情况下，收益率序列也存在自相关性。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



最后考察异方差性，图 4－5 表示综合指数收益率平方序列样本自相关函数。

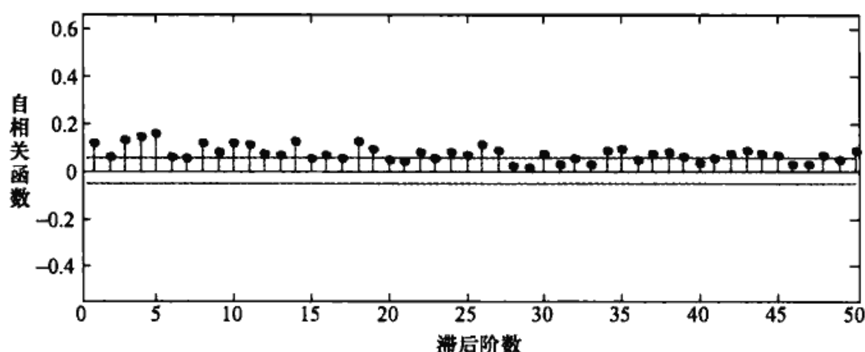


图 4－5 上证综合指数平方收益率样本自相关

由图 4－5 可以看出，收益率平方序列存在条件异方差性。但这种从图形直接观察的方法是比较粗糙的，只有当特征十分明显时才能得到准确的结论。现用 ARCH－LM 方法对标准化参差进行检验，上证综合指数日收益率的 F－统计量为 8.231，概率值为 0.0000。在 0.05 的显著水平下，该指数的波动率有明显的时变特征，即异方差性。因此在以后的分析中可以采用 ARCH 类模型对收益率序列进行估计。

由于上证综合指数收益率存在异方差性，可以用各种 GARCH 簇模型对其进行拟合。这里采用 ARMA（1，1）－GARCH（1，1）模型进行拟合，拟合结果如表 4－2 所示。

表 4－2 上证综合指数收益率的 ARMA（1，1）－GARCH（1，1）模型拟合

参数值	估计值	统计量	检验概率
常数项（a）	0.00037	0.95703	0.3386
AR 项（Φ）	0.01825	0.01427	0.9886
MA 项（Θ）	－0.07423	－0.00581	0.9954
常数项（c）	3.50E－0.6	3.32556	0.0009
ARCH 项（α）	0.06763	4.7762	0.0000
GARCH 项（β）	0.91378	80.865	0.0000
杠杆系数	0.02164	1.4589	0.1446

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

从表 4－2 可以看出，参数值拟合中，除了均值方程参数 a，ϕ，θ 外，方差方程参数 c，α，β 均显著。拟合结果说明，上证综合指数收益率存在显著的波动集聚性和杠杆效应。

图 4－6 给出了由 ARMA（1，1）－GARCH（1，1）模型生成的条件标准差序列，由图可以看出，条件标准差序列在一定的数据区域内存在波动集聚现象。

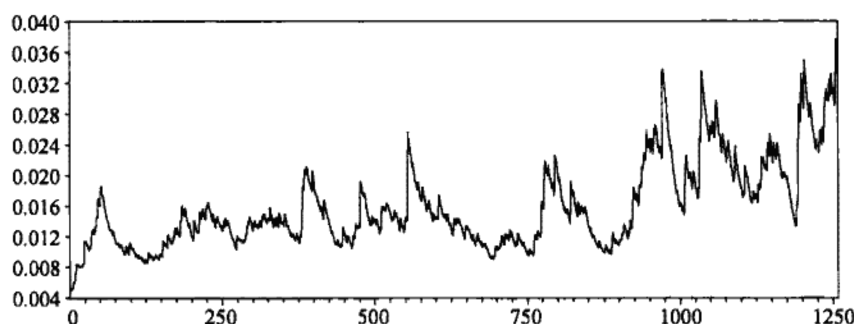


图 4－6　由 GARCH 模型生成的条件标准差序列

由图 4－7 可以看出，标准化后的残差序列不存在明显的波动集聚性。利用 Ljung－Box 统计量对标准化残差序列进行自相关检验，如表 4－3 所示。

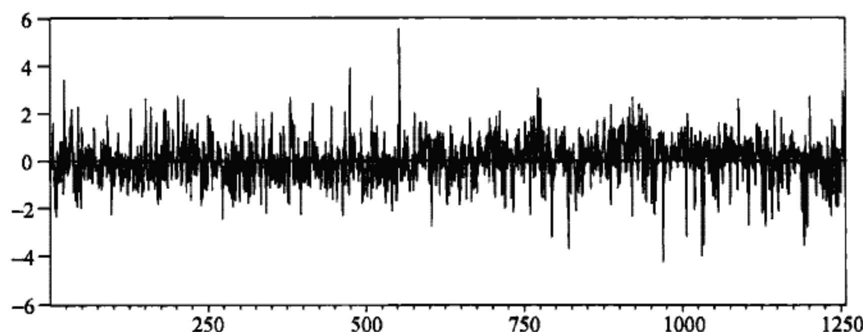


图 4－7　由 GARCH 模型生成的标准化残差序列

检验结果表明，标准化残差序列已无明显的自相关性。同上面分析上证综合指数收益率自相关性一样，这里也考察了标准化残差平方的自相关性，分析结果显示，标准化残差平方序列已无明显的自相关性，可以被看作是独立同分布序列。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



表 4－3 标准化残差自相关性检验

滞后阶数	统计量 Q 值	临界值	检验概率
5	12.480	15.132	0.129
10	21.586	22.768	0.067
15	35.585	38.943	0.386
20	39.352	43.816	0.753

通过以上分析，得到服从独立同分布的标准化残差序列，遵循滤波历史模拟法步骤，就可以生成独立收益率情景。对上证综合指数拟合的收益率序列及其平方序列做自相关检验，如表 4－4 所示。

表 4－4 拟合收益率自相关检验

滞后阶数	统计量 Q 值	临界值	检验概率
5	17.704	19.456	0.248
10	22.316	24.806	0.156
15	46.413	47.987	0.088
20	53.077	55.473	0.104

图 4－8 给出了拟合收益率序列平方的自相关函数。结果表明，利用 ARMA（1，1）－GARCH（1，1）模型拟合的收益率序列不存在显著的相关性，故可认为其服从独立同分布的收益率序列。

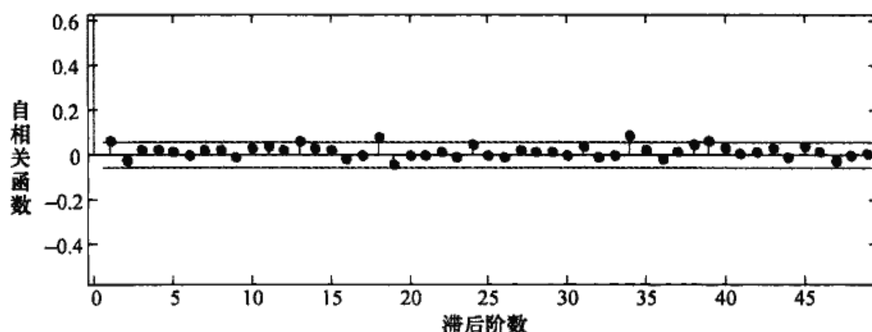


图 4－8 上证综指拟合收益率平方序列自相关函数

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

五、单期 CVaR 投资组合选择模型的实证分析

本部分利用上一部分介绍的滤波历史模拟法生成的收益率情景，对单期投资组合选择模型（4－17）~（4－22）进行模拟。

（一）数据选取与收益率情景生成

本节选取9只股票来构建最优投资组合，这9只股票的代码、名称及行业见附表4－1。样本区间为2001年11月21日到2007年5月25日间的9只股票的日收盘价，共1256个交易数据，数据来源于清华金融数据。

利用每只股票的日对数收益率序列给出其描述性统计，见附表4－2。从附表4－2的数据可以看出，每只股票日收益率的均值接近于0，偏度为正值，显著异于0，说明概率分布是右偏的。峰度均大于3，说明每只股票收益率的概率分布显著异于正态分布。

附表4－3给出了9只股票的日收益率序列的滞后5阶、10阶和15阶等的自相关性检验结果。各只股票的自相关函数图显示①，各只股票在不同滞后阶数上存在一定的自相关性。附表4－4给出了各只股票日收益率平方序列的滞后5阶、10阶和15阶的自相关性检验结果。可以发现，各只股票日收益率平方序列均存在显著的自相关性，因而存在条件异方差性。自相关性检验表明，各只股票日收益率序列不满足独立同分布序列，波动率存在着时变特征。附表4－5给出了利用 Matlab 中的 Garchset 和 Garchfit 函数拟合的各只股票的参数估计值，可以看出，参数值估计中，多数股票除了均值方程参数 a，ϕ，θ 外，方差方程参数 c，α，β 均显著。这也说明多数股票收益率存在显著的波动集聚性。

利用滤波历史模拟法生成9只股票的收益率情景，这里采用 ARMA（1，1）模型作为股票收益率的均值方程，用 GARCH（1，1）模型来拟合收益率的条件方差。对模型的适用性检验采用了 J－B 统计方法，若检验的结果表明标准化残差及其平方序列没有显著的自相关性，则模型是适用的。本书假定信息服从正态高斯分布，分析结果如附表4－6所示，相对于用历史模拟法生成的收益率，用滤波历史模拟法拟合的收益率序列没有明显的自相关性，其平方序列也没有明显的自相关性。因此用滤波历史模拟法拟合的日收益率序列满足独立同分布。

---

① 本书不列举每只股票的自相关函数图。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（二）均值－CVaR 投资组合有效边缘

本书用二次函数 $C(x_i)=\frac{1}{2}a_ix_i^2+b_ix_i+c_i$ 来拟合交易费用函数，约束条件为 $\sum_{i=1}^{n}x_i=1$ 和 $0\leqslant x_i\leqslant 1$，$i=1, 2, \cdots, n$，系数 a_i，b_i，c_i 均随机产生，并且各自服从区间［－2，－1］，［－1，1］，［0，1］上均匀分布。最大误差限设定为 $\varepsilon=10^{-5}$，用滤波历史模拟法生成的 9 只股票的收益率情景对模型（4－17）～（4－22）进行模拟，分析其有效边缘的变化。各只股票共 1256 个日收盘价格数据，生成 1255 个日收益率，由于滤波历史模拟法拟合的收益率序列近似独立同分布，因此各情景产生的概率为$\frac{1}{1255}$。

图 4－9 给出了不存在交易费用时有效边缘以及存在凹交易费用时有效边缘两种情形。其中置信度 $\alpha=99\%$，利用多期收益率公式（2－9）把日收益率转换为周收益率，持有周期为一周。投资的下界为－0.15（允许卖空），投资的上界为 0.555，计算了 8 个有效投资组合见附表 4－7，据此绘出不存在交易费用和存在交易费用时的有效边缘。从图 4－9 可以看出，不存在交易费用时的投资有效边缘比存在交易费用的投资有效边缘高，这是因为交易费用的存在减小了投资组合的收益，同时随着风险逐渐增大，相同风险水平下的两个投资组合收益差也逐渐变大。同时，随着最低收益水平的提高，CVaR 值越来越高，即需要承担的风险越来越高。

图 4－10 给出了在置信水平 99%，满足最低收益下的 CVaR 与 VaR 有效边缘之间的关系。从中可以看出，M－VaR 的有效边缘位于 M－CVaR 有效边缘的左边。这是由于 CVaR 是超过 VaR 的投资组合损失的平均值，因而在给定收益率水平下，VaR 始终小于 CVaR。

图 4－11 给出的是在三个不同置信度下的 M－CVaR 投资组合有效边缘，三个置信水平分别为 $\alpha=95\%$，$\alpha=97.5\%$，$\alpha=99\%$。从中可以看出，置信度越大，有效边缘越低，即在同一收益水平下，置信度越大，风险越大，或者说在同一风险水平下，收益越小。这也反映了对于保守的投资者而言，他们往往会以降低收益为代价而规避风险，即会选择比较大的置信度。

图 4－12 给出了基于传统历史模拟法生成的 M－CVaR 有效边缘以及基于滤波历史模拟法生成的 M－CVaR 有效边缘两种情形，其中置信水平为 $\alpha=99\%$。从中可以看出，两条曲线的差异比较明显，主要因为滤波历史模拟法拟合的收益率情景考虑了市场的波动情况。附表 4－7 给出了基于滤波历史模拟法的 8 个有效投资组合，表中最后一行“ERR”表示有效组合的 CVaR 与 VaR 的差。从附表

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

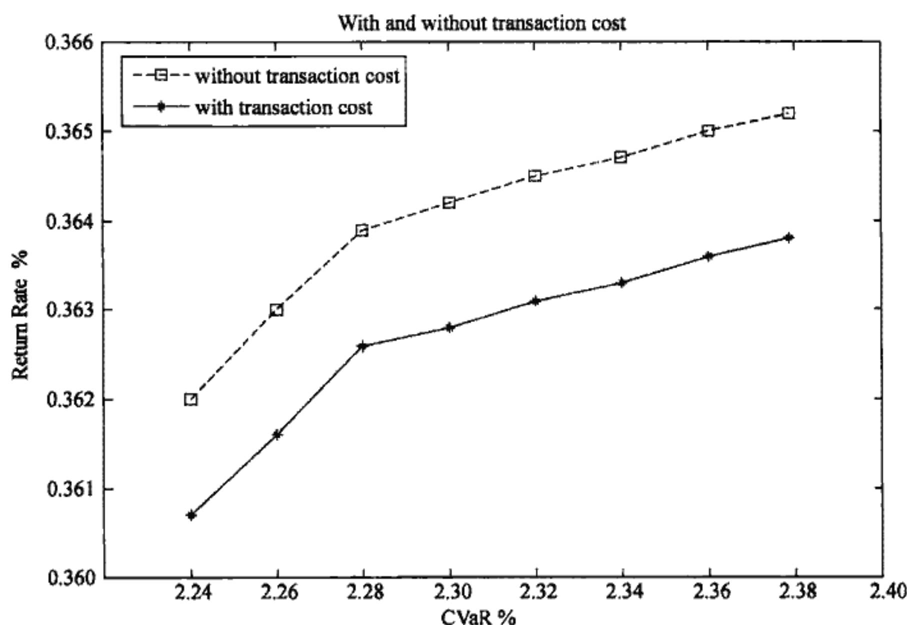


图 4-9　存在与不存在凹交易费用的有效边缘比较

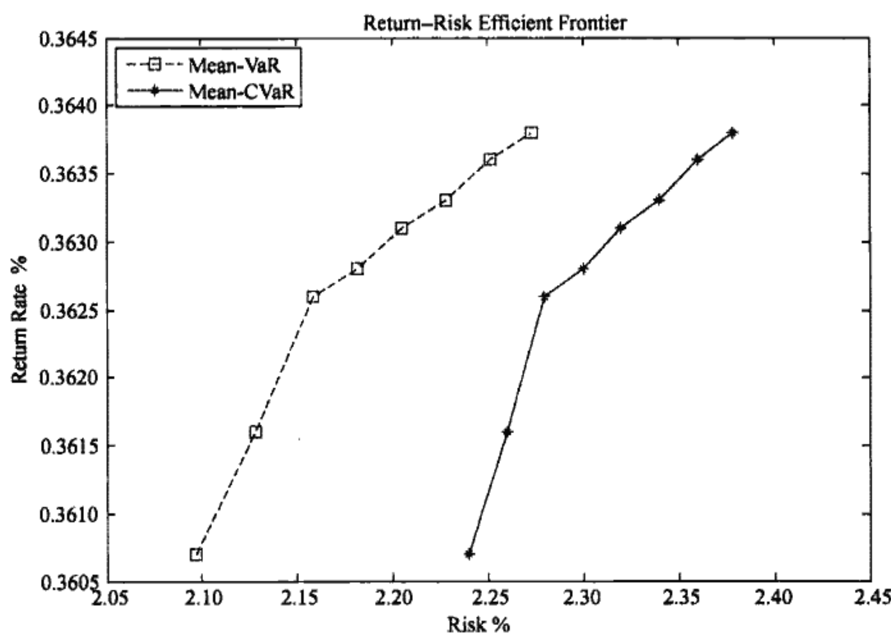


图 4-10　M-CVaR 与 M-VaR 有效边缘

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



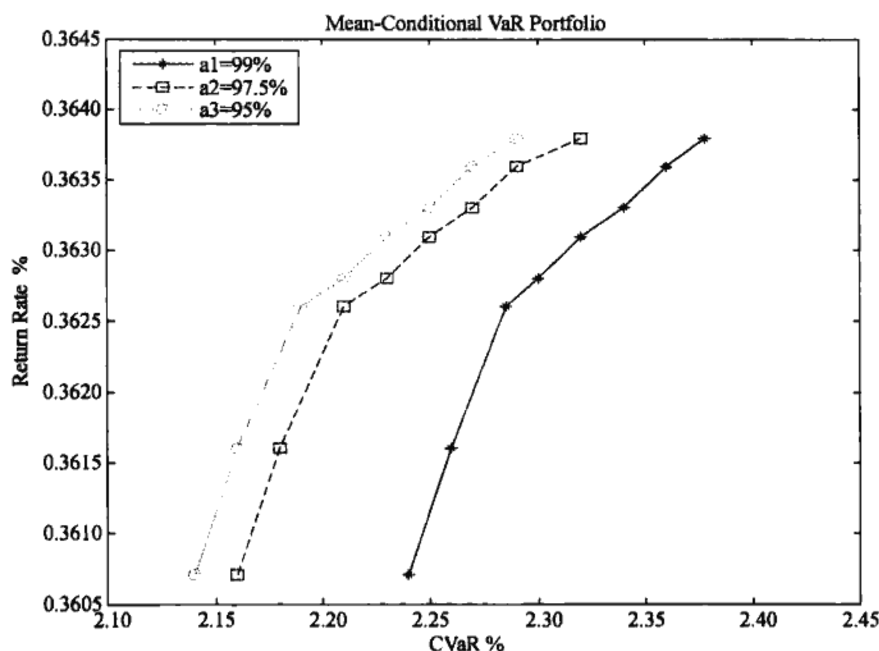


图 4-11 置信度对投资组合边缘的影响

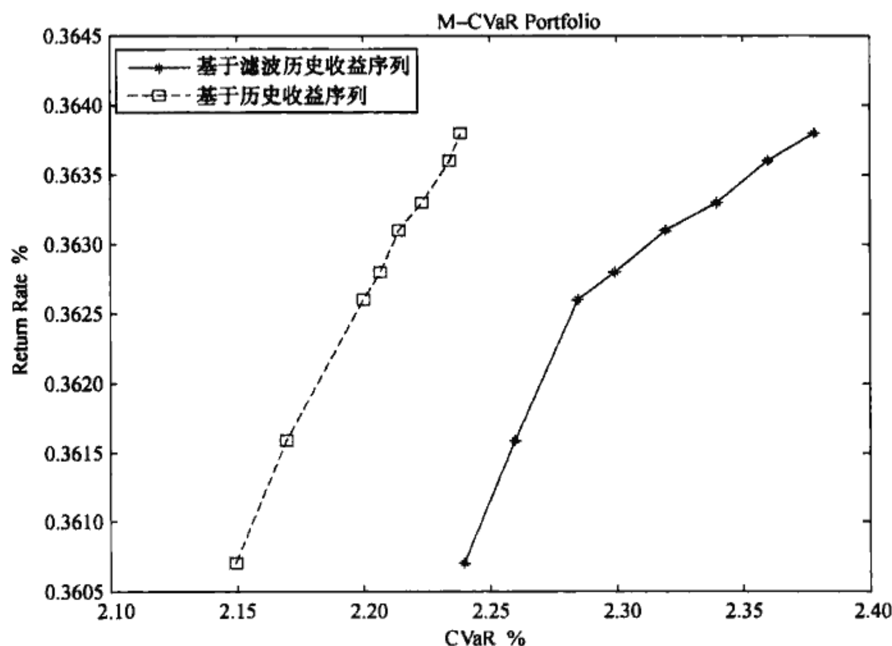


图 4-12 基于滤波历史模拟法和历史模拟法下的有效边缘

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

4－7 中的 8 个有效组合可以发现，随着 CVaR 的上界 l 值逐渐变大，只有比较少的资产的投资比例发生变化，而且变化过程是连续的，变化幅度比较小（如附表 4－7 中资产 2、7、8）。大部分资产的投资比例不变（如附表 4－7 中资产 1、3、4、5、6）。这说明有效投资组合对 CVaR 上界 l 的变化不太敏感。最后一行数据表明随着风险增大，CVaR 与 VaR 的差越来越小。这说明随着风险逐渐增大，CVaR 越来越接近 VaR。

六、本章小结

本章主要研究了考虑非线性交易费用情形下最优投资组合选择的均值—条件风险价值模型（即 M－CVaR 模型）。由于所建立的模型是一个可分离凹规划问题，本书采用了分支界定算法。同时在不增加求解难度的情况下，进一步地扩展模型引入，如投资比例的上下界、行业比例的上下界等约束。

文中利用基于 GARCH 模型的滤波历史模拟法消除了资产收益之间的相关性，生成的收益率情景近似满足独立同分布。本章采用实际股票数据，利用滤波历史模拟法生成收益率情景，用二次函数作为实际的交易费用函数的近似，对 M－CVaR 组合选择模型进行实证研究，并与基于历史模拟法的 M－CVaR 组合选择模型进行比较。同时研究了交易费用、置信度对投资组合有效边缘的影响，比较了 M－VaR 与 M－CVaR 有效边缘之间的差异，由此得出交易费用的存在会减少投资组合的收益，如果要提高投资组合收益水平，需要承担较高风险，另外，在给定的收益水平下，VaR 是小于 CVaR 的，不过随着风险的增大，CVaR 和 VaR 差会变小。随着置信度的增大，无论是 VaR 还是 CVaR 值都会增大。此外还得出，有效投资组合对 CVaR 上界 l 的变化不太敏感。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



附录：样本股的统计性检验及参数估计

附表 4-1 样本股票明细表

代码	名称	行业
000977	浪潮信息	计算机类
000024	招商地产	房地产
000518	四环生物	生物科技
000612	焦作万方	有色金属
000718	新希望	农林牧渔
600061	民生银行	银行金融
000089	深圳机场	交通设施
600088	中视传媒	教育传媒
600221	海南航空	运输物流

附表 4-2 股票日对数收益率的描述性统计

股票名称	最大值	最小值	均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量
招商地产	0.09560	-1.10540	0.00138	0.02459	0.24528	5.05224	232.819
浪潮信息	0.14970	-0.10570	-5.01e-05	0.02855	0.15858	5.55211	345.850
四环生物	0.10940	-0.10720	0.00105	0.02501	0.35206	6.97048	850.289
焦作万方	0.35270	-0.10590	0.00147	0.03073	1.22699	17.2753	10971.1
新希望	0.13560	-0.10520	0.00135	0.02521	0.37369	5.89781	468.318
民生银行	0.12700	-0.10510	0.00124	0.02279	0.51325	6.35258	642.846
深圳机场	0.09600	-0.10500	0.00099	0.02029	0.15993	6.32911	584.896
中视传媒	0.15780	-0.10560	0.00047	0.03099	0.18647	5.21146	263.007
海南航空	0.09660	-0.10620	0.00061	0.02618	0.38914	5.23531	292.957

附表 4-3 股票收益序列的自相关性检验

股票名称	滞后阶数	Q-Stat 统计量	临界值	概率值
招商地产	5	5.0317	8.2141	0.433
	10	11.785	15.486	0.300
	15	19.164	24.541	0.206
	20	35.240	33.682	0.019
	25	43.389	40.175	0.013

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

续表

股票名称	滞后阶数	Q－Stat 统计量	临界值	概率值
浪潮信息	5	4.3697	8.2141	0.498
	10	9.3315	15.486	0.501
	15	23.166	24.541	0.081
	30	41.447	45.762	0.080
四环生物	5	1.1632	8.2141	0.948
	10	20.760	15.486	0.023
	15	35.178	24.541	0.002
焦作万方	5	5.3055	8.2141	0.380
	10	9.2553	15.486	0.508
	15	17.350	24.541	0.298
	30	39.048	41.736	0.125
新希望	5	7.6994	8.2141	0.174
	10	9.7854	15.486	0.460
	15	17.967	24.541	0.264
	30	30.764	34.492	0.379
民生银行	5	4.2291	8.2141	0.517
	10	11.811	15.486	0.323
	15	18.113	24.541	0.057
	30	42.282	39.685	0.032
深圳机场	5	9.0516	8.2141	0.107
	10	17.162	15.486	0.061
	15	22.210	24.541	0.102
	30	44.080	41.291	0.037
中视传媒	5	13.203	8.2141	0.022
	10	18.720	15.486	0.044
	15	25.512	24.541	0.041
海南航空	5	11.762	8.2141	0.038
	10	17.058	15.486	0.073
	15	24.443	24.541	0.058
	20	36.673	33.287	0.013

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

附表 4-4 股票收益平方序列的自相关性检验

股票名称	滞后阶数	Q-Stat 统计量	临界值	概率值
招商地产	5	203.05	8.2141	0.000
	10	293.43	15.486	0.000
	15	335.73	24.541	0.000
浪潮信息	5	134.26	8.2141	0.000
	10	170.14	15.486	0.000
	15	201.89	24.541	0.000
四环生物	5	250.10	8.2141	0.000
	10	323.07	15.486	0.000
	15	387.47	24.541	0.000
焦作万方	5	14.986	8.2141	0.000
	10	22.098	15.486	0.000
	15	27.120	24.541	0.000
新希望	5	100.44	8.2141	0.000
	10	198.27	15.486	0.000
	15	242.38	24.541	0.000
民生银行	5	137.51	8.2141	0.000
	10	193.16	15.486	0.000
	15	248.37	24.541	0.000
深圳机场	5	42.384	8.2141	0.000
	10	91.122	15.486	0.000
	15	117.29	24.541	0.000
中视传媒	5	86.468	8.2141	0.000
	10	120.66	15.486	0.000
	15	131.07	24.541	0.000
海南航空	5	119.67	8.2141	0.000
	10	193.52	15.486	0.000
	15	238.86	24.541	0.000

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

附表 4－5　各只股票收益率的参数估计值及检验概率

股票名称 参数	招商地产	浪潮信息	四环生物	焦作万方	新希望	民生银行	深圳机场	中视传媒	海南航空
常数项(a)	0.00021 (0.1270)	0.00024 (0.1576)	0.00020 (0.0971)	0.00059 (0.2760)	0.00023 (0.3404)	0.00054 (0.1712)	0.00041 (0.3500)	－0.00044 (0.3112)	－0.00075 (0.3804)
AR 项	0.49093 (0.9058)	0.87011 (0.9157)	－0.95098 (0.7577)	－0.57184 (0.7547)	－0.67579 (0.7922)	0.02612 (0.8003)	－0.67632 (0.9293)	－0.48715 (0.9172)	－0.65738 (0.9133)
MA 项	－0.4482 (0.9649)	－0.90102 (0.9134)	0.92862 (0.9706)	0.59477 (0.9595)	0.72838 (0.9572)	－0.05862 (0.9502)	0.65247 (0.9597)	0.50946 (0.9340)	0.68258 (0.9908)
常数项 (c)	1.75e－0.5 (0.0008)	1.94e－0.5 (0.0007)	1.65e－0.5 (0.0010)	1.10e－0.5 (0.0009)	9.06e－0.7 (0.0008)	7.06e－0.6 (0.0006)	2.43e－0.5 (0.0007)	4.23e－0.5 (0.0009)	2.67e－0.5 (0.0008)
ARCH 项	0.87539 (0.0000)	0.87631 (0.0001)	0.8711 (0.0000)	0.8845 (0.0002)	0.97681 (0.0004)	0.02676 (0.0000)	0.83458 (0.0000)	0.87065 (0.0001)	0.85477 (0.0002)
GARCH 项	0.97346 (0.0000)	0.10565 (0.0000)	0.10722 (0.0000)	0.1155 (0.0000)	0.02319 (0.0000)	0.01724 (0.0000)	0.11305 (0.0000)	0.08781 (0.0000)	0.10923 (0.0000)

注：括号中数据为各参数估计的检验概率。

附表 4－6　拟合收益序列及其平方序列的自相关性检验

股票名称	滞后阶数	拟合收益序列的 Q 统计量	拟合收益平方序列的 Q 统计量
招商地产	5	203.05	7.2141
	10	293.43	13.400
	15	335.73	22.541
浪潮信息	5	134.26	7.1678
	10	170.14	12.916
	15	201.89	25.854
四环生物	5	250.10	4.2647
	10	323.07	18.142
	15	387.47	31.326
焦作万方	5	14.986	8.9318
	10	22.098	12.637
	15	27.120	20.514
新希望	5	100.44	10.542
	10	198.27	12.851
	15	242.38	19.528

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

续表

股票名称	滞后阶数	拟合收益序列的 Q 统计量	拟合收益平方序列的 Q 统计量
民生银行	5	137.51	6.4186
	10	193.16	13.874
	15	248.37	20.163
深圳机场	5	42.384	11.254
	10	91.122	19.876
	15	117.29	24.638
中视传媒	5	86.468	10.358
	10	120.66	15.982
	15	131.07	21.266
海南航空	5	119.67	8.3781
	10	193.52	19.786
	15	238.86	26.125

附表 4-7 基于滤波历史收益情景的 CVaR 模型的有效组合

股票名称	组合 1	组合 2	组合 3	组合 4	组合 5	组合 6	组合 7	组合 8
招商地产	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500
浪潮信息	0.4995	0.5277	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550
四环生物	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550
焦作万方	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500
新希望	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550	0.5550
民生银行	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500
深圳机场	-0.0462	-0.0618	-0.0774	-0.0921	-0.1068	-0.1216	-0.1363	-0.1500
中视传媒	0.0367	0.0242	0.0124	0.0271	0.0418	0.0566	0.0713	0.0850
海南航空	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500	-0.1500
收益率（%）	0.3607	0.3616	0.3626	0.3628	0.3631	0.3633	0.3636	0.3638
VaR（%）	2.0969	2.1277	2.1584	2.1816	2.2049	2.2281	2.2513	2.2731
CVaR（%）	2.2400	2.2600	2.2800	2.3000	2.3200	2.3400	2.3600	2.3787
ERR（%）	0.1431	0.1323	0.1216	0.1184	0.1151	0.1119	0.1087	0.1056

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第五章　均值－CVaR投资组合有效边缘的灵敏度分析

本书在第四章讨论了置信度对均值－CVaR的投资组合有效边缘影响，指出置信度越大，有效边缘越低，即在同一收益水平下，置信度越大，风险越大。那么在投资组合中资产数量变化对均值－CVaR投资组合有效边缘有多大的影响？即考察风险或收益对均值－CVaR投资组合的资产数量变化灵敏度问题。对于均值—方差模型来说，存在的灵敏度分析理论主要研究两个方面的问题，首先，资产数量的变化引起的最优投资组合风险的变化。侯为波等（2000）提出一种方法来判断资产的有效性，即计算调整一个资产对整个资产组合风险的影响大小。其次，约束条件的变化引起的最优组合的变化。薛宏刚等（2004）研究了在线性约束条件下的最优投资组合的浮动边界，并给出了最优投资组合有效边缘的漂移方程及组合扩展路径。但是，从第三章分析可知，方差不是一个良好的风险测度指标，因为它不是一致性风险测度。主要缺点是不满足次可加性。本章将以CVaR作为风险测度，考察正态分布条件下均值－CVaR投资组合有效边缘对风险资产数量变化的灵敏度问题，并给出均值－CVaR投资组合有效边缘的漂移方程和扩展路径，以使投资者根据需要及时调整投资组合。

一、均值－CVaR投资组合边缘相关问题

假设风险资产集合 $P=\{1,2,\cdots,n\}$，投资权重为 $x=(x_1,x_2,\cdots,x_n)^T$，X 为投资组合集，即 $X=\{x\in R^n:\sum_{i=1}^{n}x_i=1,(i=1,2,\cdots,n)\}$，权重向量 x 为决策向量，资产收益率 r_i（$i=1,2,\cdots,n$）是随机变量，服从正态分布，收益率的方差—协方差矩阵 V 对称正定，$R(x)$ 表示投资组合的收益率，$E(R(x))$，$\sigma(R(x))$ 分别表示投资组合的期望收益率和方差。

下面分别给出均值—方差和均值－CVaR投资组合的有效边缘。有效边缘是这样组成的：在较低的风险上不可能达到与给定点相同或比给定点更高的回报，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

在较高的回报上不可能达到与给定点相同或比给定点更低的风险。当以方差为风险度量时，均值—方差投资组合有效边缘的定义如下：

定义 5.1 组合 $x^* \in X$ 属于均值—方差投资组合有效边缘⇔不存在组合 $x \in X$ 使得 $E(R(x)) \geq E(R(x^*))$ 和 $\sigma(R(x)) \leq \sigma(R(x^*))$ 同时成立，且至少有一个是严格不等式。称 x^* 为均值—方差有效投资组合，所有点 $(E(R(x^*)), \sigma(R(x^*)))$ 的集合构成均值—方差投资组合有效边缘。

均值—方差有效投资组合是下列二次规划问题的解：

$$\min \sigma^2(x) = x^T V x \qquad (5-1)$$

$$\text{s.t. } R(x) = x^T R = \mu$$

$$x^T e = 1$$

其中，$R = [E(r_1), E(r_2), \cdots, E(r_n)]^T$，表示风险资产收益率的期望向量；$e$ 表示分量为 1 的 n 维向量；μ 为预期的收益目标。

当以 CVaR 为风险度量时，均值－CVaR 投资组合有效边缘的定义如下：

定义 5.2 组合 $x^* \in X$ 属于 α $(0<\alpha<1)$ 置信水平下的均值－CVaR 投资组合有效边缘⇔不存在组合 $x \in X$ 使得 $E(R(x)) \geq E(R(x^*))$ 和 $CVaR_\alpha(R(x)) \leq CVaR_\alpha(R(x^*))$ 同时成立，且至少有一个是严格不等式。称 x^* 为均值－CVaR 有效投资组合，所有点 $(E(R(x)), CVaR(R(x^*)))$ 的集合为均值－CVaR 投资组合有效边缘。

由 VaR 和 CVaR 的定义，以及投资组合收益率服从正态分布的假设，得函数 R（x）在 α 置信水平下的 VaR 和 CVaR 分别为：

$$VaR_\alpha = c_1(\alpha)\sigma(x) - R(x) \qquad (5-2)$$

$$CVaR_\alpha = \frac{1}{1-\alpha}\int_{VaR_\alpha}^{\infty} \frac{t}{\sqrt{2\pi}\sigma(x)} \exp\left\{\frac{[t-R(x)]^2}{2\sigma^2(x)}\right\} dt$$

$$= c_2(\alpha)\sigma(x) - R(x) \qquad (5-3)$$

其中，$c_1(\alpha) = \Phi^{-1}(\alpha)$ 为标准正态分布 $N(0, 1)$ 的下侧分位数，Φ 为标准正态 $N(0, 1)$ 分布函数；$c_2(\alpha) = \dfrac{\phi[c_1(\alpha)]}{(1-\alpha)}$，$\phi$ 为标准正态 $N(0, 1)$ 的概论密度函数。

由此得均值－CVaR 有效投资组合是下列规划问题的解：

$$\min L_n = CVaR_\alpha = c_2(\alpha)\sigma(x) - R(x) \qquad (5-4)$$

$$\text{s.t. } R(x) = x^T R = \mu$$

$$x^T e = 1$$

由模型（5－1）的解可得，投资组合有效边缘满足：

$$\sigma^2(x) = \frac{1}{\Delta_n}(A_n\mu^2 - 2B_n\mu + C_n) \qquad (5-5)$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

其中，$A_n = e_n^T V^{-1} e_n$；$B_n = e_n^T V^{-1} R_n$

$C_n = R_n^T V^{-1} R_n$；$\Delta_n = A_n C_n - B_n^2$

由式（5－5）可以看出，对不同的目标收益率 μ，点（μ，σ^2）在均值—方差坐标系（$\mu-\sigma^2$）中形成一条抛物线，这条抛物线的上半支就是投资组合的有效边缘。式（5－5）可以改写为：

$$\frac{\sigma^2(x)}{1/A_n} - \frac{\left[R(x) - \frac{B_n}{A_n}\right]^2}{\Delta_n/A_n^2} = 1 \qquad (5-6)$$

方程（5－6）在均值—标准差坐标系（$\mu-\sigma$）中描述的是一条双曲线，渐近线斜率为 $k = \pm\sqrt{\frac{A_n}{\Delta_n}}$，渐近线方程为：

$$\sigma(x) = \pm\sqrt{\frac{A_n}{\Delta_n}}\left[R(x) - \frac{B_n}{A_n}\right] \qquad (5-7)$$

均值—方差投资组合的有效边缘是该双曲线右支的上半支。

由于 $R(x)=\mu$ 及给定置信水平 α 下 $c_2(\alpha)$ 为常数，模型（5－1）和模型（5－4）同解，把式（5－5）带入模型（5－4）可得不同目标收益率 μ 与 L_n 之间的关系，即均值－CVaR 意义下投资组合有效边缘方程为：

$$[L_n + R(x)]^2 = \Delta_n^{-1}[A_n R(x)^2 - 2B_n R(x) + C_n]c_2(\alpha)^2 \qquad (5-8)$$

式（5－8）可以改写为：

$$\frac{[L_n + R(x)/c_2(\alpha)]^2}{1/A_n} - \frac{[R(x) - B_n/A_n]^2}{\Delta_n/A_n^2} = 1 \qquad (5-9)$$

或

$$\frac{[(L_n+\mu)/c_2(\alpha)]^2}{1/A_n} - \frac{(\mu - B_n/A_n)^2}{\Delta_n/A_n^2} = 1 \qquad (5-10)$$

由式（5－10）可以看出均值－CVaR 边缘形式上类似于均值—方差边缘作了一个变换，其渐近线方程为：

$$L_n + \mu = \pm c_2(\alpha)\sqrt{A_n\Delta_n^{-1}}\left(\mu - \frac{B_n}{A_n}\right) \qquad (5-11)$$

渐近线斜率取 $k' = -[c_2(\alpha)\sqrt{A_n\Delta_n^{-1}} + 1]$，均值－CVaR 投资组合的有效边缘是双曲线右支的上半支 MO，如图 5－1 所示。

定理 5.1 当且仅当 $c_2(\alpha) \geqslant \sqrt{\Delta_n A_n^{-1}}$，均值－CVaR 投资组合有效边缘存在，最小 CVaR 的风险值为：

$$L_{n\min} = A_n^{-1}(\sqrt{A_n c_2(\alpha)^2 - \Delta_n} - B_n) \qquad (5-12)$$

证明：由式（5－5）可得 $\mu = A_n^{-1}B_n + \sqrt{A_n^{-1}\Delta_n(\sigma^2 - A_n^{-1})}$（上半支曲线），

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

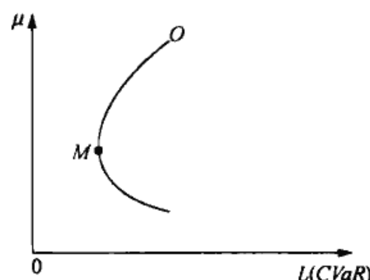


图 5－1 均值－CVaR 有效边缘 MO

此外由方程（5－6）得到均值和方差的最小值分别为 $\mu_{\min}=A_n^{-1}B_n$，$\sigma_{\min}=A_n^{-\frac{1}{2}}$，这就是所谓的最小方差投资组合。由式（5－3）可知，如果最小 CVaR 投资组合存在，则它必是均值—方差有效边缘组合。则最小 CVaR 投资组合问题等价于求解：

$$\min_{\sigma\in[A_n^{-\frac{1}{2}},+\infty)} \quad L_n=c_2(\alpha)\sigma-A_n^{-1}B_n-\sqrt{A_n^{-1}\Delta_n(\sigma^2-A_n^{-1})} \tag{5－13}$$

L_n 关于 σ 的一阶导数为：

$$L'_n(\sigma)=c_2(\alpha)-\frac{\sqrt{\Delta_nA_n^{-1}}}{\sqrt{\sigma^2-A_n^{-1}}} \tag{5－14}$$

由式（5－14）可知，当 $\sigma\to1/\sqrt{A_n}$ 时，$L'_n(\sigma)\to-\infty$，故 $L_n(\sigma)=CVaR$ 不可能在 $1/\sqrt{A_n}$ 处达到最小。又当 $c_2(\alpha)\geqslant\sqrt{\Delta_nA_n^{-1}}$ 时，$\lim\limits_{\Delta\sigma\to+\infty}L_n=+\infty$，$L_n(\sigma)$ 也不可能在无穷远处达到最小。因此 $L_n(\sigma)$ 必在区间 $[A_n^{-1/2},+\infty)$ 内的某点取最小值。

令（5－14）等于0，解之，有 $\sigma=c_2(\alpha)/\sqrt{A_nc(\alpha)^2-\Delta_n}$。要使驻点存在，必有 $A_nc_2(\alpha)^2-\Delta_n\geqslant0$，又有 $L''_n(\sigma)=\dfrac{\sqrt{\Delta_nA_n^{-1}}}{A_n(\sigma^2-A_n^{-1})^{\frac{3}{2}}}>0$，可知均值－CVaR投资组合有效边缘存在的条件是 $c_2(\alpha)\geqslant\sqrt{\Delta_nA_n^{-1}}$。把 $\sigma=\dfrac{c_2(\alpha)}{\sqrt{A_nc_2(\alpha)^2-\Delta_n}}$ 代入式（5－13）可得定理 5.1 中式（5－12）。

定理 5.1 给出了均值－CVaR 投资组合有效边缘存在的条件，以及最小 CVaR 投资组合的风险值的大小，本章以下讨论都是在均值－CVaR 投资组合有效边缘存在的前提下进行的。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

二、资产数量减少时 M－CVaR 投资组合有效边缘的灵敏度分析

本部分考虑减少一种风险资产后均值－CVaR 投资组合有效边缘的变化特征。

设原 n 种风险资产收益分布间的协方差矩阵为 V_n，淘汰第 n 种风险资产后剩余的 $n-1$ 种风险资产收益分布间的协方差矩阵为 V_{n-1}，则有：

$$V_n = \begin{vmatrix} V_{n-1} & \delta \\ \delta^T & \sigma_n^2 \end{vmatrix}$$

其中，$\delta^T =（\sigma_{n1}，\sigma_{n2}，\cdots，\sigma_{n,n-1}）$。

由分块矩阵求逆可得：

$$V_n^{-1} = \begin{vmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{12}^T & V_{22} \end{vmatrix}$$

其中，$V_{11} = V_{n-1}^{-1} - V_{12}\delta^T V_{n-1}^{-1}$

$V_{22} = (\sigma_n^2 - \delta^T V_{n-1}^{-1}\delta)^{-1}$

$V_{12} = -V_{n-1}^{-1}\delta V_{22}$

又由相关文献的结果由下面的递推关系式成立：

$$A_n = A_{n-1} + V_{22}f^2 \qquad (5-15)$$

$$B_n = B_{n-1} + V_{22}fg \qquad (5-16)$$

$$C_n = C_{n-1} + V_{22}g^2 \qquad (5-17)$$

$$\Delta_n = \Delta_{n-1} + V_{22}K(g) \qquad (5-18)$$

其中，$f = \delta^T V_{n-1}^{-1} e_{n-1} - 1$

$g = \delta^T V_{n-1}^{-1} R_{n-1} - E(r_n)$

$K(g) = A_{n-1}g^2 - 2fgB_{n-1} + f^2 C_{n-1}$

淘汰一种风险资产后，均值－CVaR 投资组合有效边缘会有以下特征。

结论 5.1 淘汰第 n 种风险资产后，在风险（CVaR）—收益（L，μ）坐标系下投资组合有效边缘的渐近线斜率不增加。

证明：由式（5－11）可知，渐近线的斜率为 $-[c_2(\alpha)\sqrt{A_n\Delta_n^{-1}}+1]$，因为：

$$\begin{aligned} A_{n-1}\Delta_{n-1}^{-1} - A_n\Delta_n^{-1} &= -(\Delta_n\Delta_{n-1})^{-1}\{(A_{n-1}+V_{22}f^2)\Delta_{n-1} - [\Delta_{n-1}+V_{22}K(g)]A_{n-1}\} \\ &= V_{22}(\Delta_n\Delta_{n-1})^{-1}(A_{n-1}^2g^2 - 2A_{n-1}B_{n-1}fg - B_{n-1}^2f^2) \\ &= V_{22}(\Delta_n\Delta_{n-1}^{-1})^{-1}(A_{n-1}g - B_{n-1}f)^2 \geqslant 0 \end{aligned}$$

由此可得，$-[c_2(\alpha)\sqrt{A_{n-1}\Delta_{n-1}^{-1}}+1] \leqslant -[c_2(\alpha)\sqrt{A_n\Delta_n^{-1}}+1]$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

所以结论成立。这个结论说明淘汰一种风险资产后，均值 - CVaR 投资组合有效边缘的开口将变小。

结论 5.2 淘汰第 n 种风险资产后，如果 $A_{n-1}g-B_{n-1}f$ 和 f 同号，则最小 CVaR 投资组合的 CVaR 风险值不减少。

证明：首先证明在已给条件下有 $A_n^{-1}\sqrt{A_nc_2(\alpha)^2-\Delta_n}\leqslant A_{n-1}^{-1}\sqrt{A_{n-1}c_2(\alpha)^2-\Delta_{n-1}}$，由于 $A_{n-1}^2[A_nc_2(\alpha)^2-\Delta_n]-A_n^2[A_{n-1}c_2(\alpha)^2-\Delta_{n-1}]$

$$=A_{n-1}A_n(A_{n-1}-A_n)c_2(\alpha)^2-A_{n-1}^2\Delta_n+A_n^2\Delta_{n-1}$$
$$=-A_{n-1}(A_{n-1}+V_{22}f^2)V_{22}f^2c_2(\alpha)^2-A_{n-1}^2[\Delta_{n-1}+V_{22}K(g)]+(A_{n-1}+V_{22}f^2)^2\Delta_{n-1}$$
$$=V_{22}^2[-A_{n-1}c_2(\alpha)^2+\Delta_{n-1}]f^4+A_{n-1}V_{22}[-A_{n-1}c_2(\alpha)^2+\Delta_{n-1}]f^2-A_{n-1}^2V_{22}K(g)\leqslant 0$$

由于讨论是在均值 - CVaR 有效边缘存在的条件下进行的，因此有 $c_2(\alpha)\geqslant\sqrt{\Delta_{n-1}A_{n-1}^{-1}}$，所以前两项小于 0。如果 $A_{n-1}g-B_{n-1}f$ 和 f 同号，则有：

$$B_{n-1}A_{n-1}^{-1}-B_nA_n^{-1}=-(A_nA_{n-1})^{-1}V_{22}f(A_{n-1}g-B_{n-1}f)<0$$

也就有：

$$A_n^{-1}[\sqrt{A_nc_2(\alpha)^2-\Delta_n}-B_n]\leqslant A_{n-1}^{-1}[\sqrt{A_{n-1}c_2(\alpha)^2-\Delta_{n-1}}-B_{n-1}]$$

所以，结论成立。这个结论说明了淘汰一种风险资产后，均值 - CVaR 投资组合有效边缘的顶点向右移动。

结论 5.3 当 $g=0$ 和 $f=0$ 不同时成立时，淘汰一种风险资产后两均值 - CVaR 投资组合有效边缘分离。

证明：由均值 - CVaR 投资组合边缘方程（5 - 10）可得 $L_n=c_2(\alpha)\sqrt{\Delta_n^{-1}(A_n\mu^2-2B_n\mu+C_n)}-\mu=c_2(\alpha)\sqrt{u(n)}-\mu$，$u(n)=\Delta_n^{-1}(A_n\mu^2-2B_n\mu+C_n)$，由前面的递推关系式（5 - 15）～式（5 - 17）分别可得：

$$\begin{aligned}A_{n-1}\Delta_{n-1}^{-1}-A_n\Delta_n^{-1}&=V_{22}(\Delta_n\Delta_{n-1}^{-1})^{-1}[(A_{n-1}K(g)-f^2\Delta_{n-1}]\\&=V_{22}(\Delta_n\Delta_{n-1}^{-1})^{-1}(A_{n-1}g-B_{n-1}f)^2\\B_{n-1}\Delta_{n-1}^{-1}-B_n\Delta_n^{-1}&=(\Delta_{n-1}\Delta_n)^{-1}[B_{n-1}\Delta_n-B_n\Delta_{n-1}]\\&=V_{22}(\Delta_{n-1}\Delta_n)^{-1}[B_{n-1}A_{n-1}g^2-(2B_{n-1}^2+\Delta_{n-1})(gf+B_{n-1}C_{n-1}f^2)]\\&=V_{22}\ (\Delta_{n-1}\Delta_n)^{-1}\ (A_{n-1}g-B_{n-1}f)\ (B_{n-1}g-C_{n-1}f)\\C_{n-1}\Delta_{n-1}^{-1}-C_n\Delta_n^{-1}&=V_{22}\ (\Delta_{n-1}\Delta_n)^{-1}\ [C_{n-1}K\ (g)\ -\Delta_{n-1}g^2]\\&=V_{22}\ (\Delta_{n-1}\Delta_n)^{-1}\ (B_{n-1}g-C_{n-1}f)^2\end{aligned}$$

因此，当 $g=f=0$ 时，则有 $L_{n-1}=L_n$。

当 $g^2+f^2\neq 0$ 时，则有：

$$u(n-1)-u(n)=V_{22}(\Delta_{n-1}\Delta_n)^{-1}[(A_{n-1}\mu+B_{n-1})g-(B_{n-1}\mu+C_{n-1})f]^2>0$$

进而有 $L_{n-1}>L_n$，所以淘汰一种风险资产后均值 - CVaR 投资组合有效边缘分离且向右漂移。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

通过结论5.1～5.3可知，当g和f中至少有一个不为零时，风险资产数量的减少对均值－CVaR投资组合有效边缘产生实质的影响，向右漂移，且双曲线开口变小，如图5－2所示。

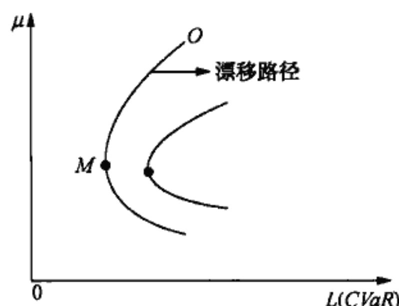


图5－2 减少风险资产时M－CVaR有效边缘的漂移

三、资产数量增加时M－CVaR投资组合有效边缘的灵敏度分析

上节给出了风险资产数目减少情形下M－CVaR投资组合有效边缘的变化特征，本节探讨风险资产数目增加到$n+1$种情形，记$n+1$种风险资产收益分布间的协方差矩阵为V_{n+1}，则有$V_{n+1}=\begin{vmatrix} V_n & \delta \\ \delta^T & \sigma_{n+1}^2 \end{vmatrix}$，其中$\delta^T=(\sigma_{n+1,1},\ \sigma_{n+1,2},\ \cdots,\ \sigma_{n+1,n})$，则有分块矩阵求逆可得：

$$V_{n+1}^{-1}=\begin{vmatrix} V_{11} & V_{12} \\ V_{12}^T & V_{22} \end{vmatrix}$$

其中，$V_{11}=V_n^{-1}-V_{12}\delta^T V_n^{-1}$

$$V_{22}=(\sigma_{n+1}^2-\delta^T V_n^{-1}\delta)^{-1}$$

$$V_{12}=-V_n^{-1}\delta V_{22}$$

由相关文献结果有下面的递推关系式成立：

$$A_{n+1}=A_n+V_{22}f^2 \tag{5-19}$$

$$B_{n+1}=B_n+V_{22}fg \tag{5-20}$$

$$C_{n+1}=C_n+V_{22}g^2 \tag{5-21}$$

$$\Delta_{n+1}=\Delta_n+V_{22}K(g) \tag{5-22}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

其中，$f=\delta^T V_n^{-1} I_n -1$

$g=\delta^T V_n^{-1} R_n - E\ (r_{n+1})$

$K\ (g)\ =A_n g^2 -2fgB_n +f^2 C_n$

在风险（CVaR）—收益（$L-\mu$）坐标系中，增加一种风险资产后，我们来讨论均值－CVaR投资组合有效边缘及其渐近线的变化情况。

结论5.4 投资组合增加一种风险资产后，如果$f=0$或$A_{n-1}g-B_{n-1}f$和f同号，则最小CVaR投资组合的CVaR风险值不增。

证明：在相同的期望收益目标条件下，首先证明有$A_{n+1}^{-1}\sqrt{A_{n+1}c_2(\alpha)^2-\Delta_{n+1}}\leqslant A_n^{-1}\sqrt{A_n c_2\ (\alpha)^2-\Delta_n}$，由于

$$A_n^2[A_{n+1}c_2(\alpha)^2-\Delta_{n+1}]-A_{n+1}^2[A_n c_2(\alpha)^2-\Delta_n]$$
$$=A_nA_{n+1}(A_n-A_{n+1})c_2(\alpha)^2-A_n^2\Delta_{n+1}+A_{n+1}^2\Delta_n$$
$$=-A_n(A_n+V_{22}f^2)V_{22}f^2c_2(\alpha)^2-A_n^2[\Delta_n+V_{22}K(g)]+(A_n+V_{22}f^2)^2\Delta_n$$
$$=V_{22}^2[-A_nc_2(\alpha)^2+\Delta_n]f^4+A_nV_{22}[-A_nc_2(\alpha)+\Delta_n]f^2-A_n^2V_{22}K(g)<0$$

因为$c_2(\alpha)>\sqrt{\Delta_n A_n^{-1}}$，所以前两项小于等于0，如果$f=0$或$A_n g-B_n f$和$f$同号时，则有：

$$B_{n+1}A_{n+1}^{-1}-B_nA_n^{-1}=-\ (A_nA_{n+1})^{-1}V_{22}f\ (A_ng-B_nf)\ \leqslant 0$$

也就有：

$$A_{n+1}^{-1}\ [\sqrt{A_{n+1}c_2\ (\alpha)^2-\Delta_{n+1}}-B_{n+1}]\ \leqslant A_n^{-1}\ [\sqrt{A_nc_2\ (\alpha)^2-\Delta_n}-B_n]$$

所以，结论成立。

结论5.5 当$g^2+f^2\neq 0$成立时，投资组合增加一种风险资产后，两均值－CVaR投资组合有效边缘分离。

证明：由均值－CVaR投资组合边缘方程（5－10）可得$L_n=c_2\ (\alpha)\sqrt{\Delta_n^{-1}\ (A_n\mu^2-2B_n\mu+C_n)}-\mu=c_2(\alpha)\sqrt{u(n)}-\mu, u(n)=\Delta_n^{-1}(A_n\mu^2-2B_n\mu+C_n)$，由前面的递推关系式（5－19）~式（5－21）分别可得：

$$A_{n+1}\Delta_{n+1}^{-1}-A_n\Delta_n^{-1}=-V_{22}(\Delta_{n+1}\Delta_n)^{-1}[A_nK(g)-f^2\Delta_n]$$
$$=-V_{22}(\Delta_{n+1}\Delta_n)^{-1}(A_{n-1}g-B_{n-1}f)^2$$
$$B_{n+1}\Delta_{n+1}^{-1}-B_n\Delta_n^{-1}=-(\Delta_n\Delta_{n+1})^{-1}(B_n\Delta_{n+1}-B_{n+1}\Delta_n)$$
$$=-V_{22}(\Delta_n\Delta_{n+1})^{-1}[B_nA_ng^2-(2B_n^2+\Delta_n)(gf+B_nC_nf^2)]$$
$$=-V_{22}(\Delta_{n+1}\Delta_n)^{-1}(A_ng-B_nf)(B_ng-C_nf)$$
$$C_{n+1}\Delta_{n+1}^{-1}-C_n\Delta_n^{-1}=-V_{22}(\Delta_{n+1}\Delta_n)^{-1}[C_nK(g)-\Delta_ng^2]$$
$$=-V_{22}(\Delta_{n+1}\Delta_n)^{-1}(B_ng-C_nf)^2$$

因此，当$g=f=0$时，有$L_{n+1}=L_n$。

当$g^2+f^2\neq 0$，有：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$u(n+1)-u(n)=-V_{22}(\Delta_{n+1}\Delta_n)^{-1}[(A_n\mu+B_n)g-(B_n\mu+C_n)f]^2<0$$

进而有 $L_{n+1}<L_n$，所以增加一种风险资产后两均值－CVaR 投资组合有效边缘必然分离且向左漂移。

结论 5.6 增加一种风险资产后，在风险（CVaR）－收益（L，μ）坐标系下投资组合边缘的渐近线斜率不减小。

证明：由式（5－11）可知，渐近线的斜率为－［$c_2(\alpha)\sqrt{A_n\Delta_n^{-1}}+1$］，因为：

$$\begin{aligned}A_{n+1}\Delta_{n+1}^{-1}-A_n\Delta_n^{-1}&=-(\Delta_n\Delta_{n+1})^{-1}\{(A_n+V_{22}f^2)\Delta_n-[\Delta_n+V_{22}K(g)]A_n\}\\&=-V_{22}(\Delta_n\Delta_{n+1})^{-1}(A_n^2g^2-2A_nB_nfg-B_n^2f^2)\\&=-V_{22}(\Delta_n\Delta_{n+1})^{-1}(A_ng-B_nf)^2\leqslant 0\end{aligned}$$

由此可得 $-[c_2(\alpha)\sqrt{A_{n+1}\Delta_{n+1}^{-1}}+1]\geqslant-[c_2(\alpha)\sqrt{A_n\Delta_n^{-1}}+1]$

所以结论成立，这个结论说明增加一种风险资产后，均值－CVaR 投资组合有效边缘的开口将变大。

通过结论 5.4～5.6 可知，当 g 和 f 中至少有一个不为零时，风险资产数量的增加对均值－CVaR 投资组合有效边缘产生实质的影响，向左漂移，双曲线开口变大，如图 5－3 所示。

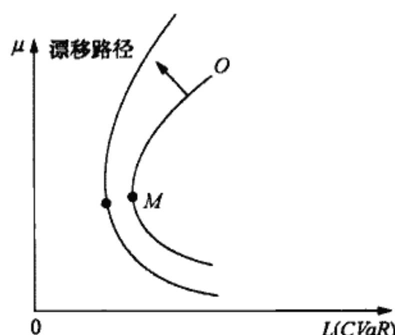


图 5－3 增加风险资产时 M－CVaR 有效边缘的漂移

四、本章小结

CVaR 作为一种风险测度指标时，减少一种风险资产均值－CVaR 投资组合有效边缘开口变小，曲线向右漂，这说明随着可选择风险资产数的减少，在目标收益相同的条件下，均值－CVaR 有效资产组合的风险将增加。当增加一种风险

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

资产时，均值-CVaR 投资组合边缘开口变大，曲线向左漂移。由定理 5.1 可知，均值-CVaR 投资组合有效边缘存在是有条件的，即 c_2（α）$>\sqrt{\Delta_n A_n^{-1}}$。减少或增加一种资产后是否满足 c_2（α）$>\sqrt{\Delta_{n-1} A_{n-1}^{-1}}$或$\sqrt{\Delta_{n+1} A_{n+1}^{-1}}$，若没有，必须增加置信水平，所以若以 CVaR 作为风险管理时，会使投资者对增加风险资产时更加谨慎。而利用方差度量风险时，增加资产总能降低风险，从而会使投资者盲目投资。因此利用 CVaR 作为投资组合的风险测度就显得更加合理和稳健。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第六章　基于 CVaR 的多期投资组合管理

在前面的研究中，无论风险用什么测度，所考察的投资组合选择模型都是单期的静态问题。目前对静态投资组合选择问题研究得比较多，成果也相对丰富。但是从实用的角度看，静态投资组合选择方法只能解决一次性的资产配置问题，对于单个投资者或者机构投资者而言，不可能构造一个投资组合后一直持有到投资期末，而是要依据金融市场的变化，动态地调整投资组合，如随着债券市场、股票市场等的实际变化，投资者总是要定期或不定期地调整投资组合。所以动态投资组合选择问题具有很大的应用价值，当然由于现实情况的复杂性，动态投资组合选择问题也是一个非常困难的课题。动态投资组合选择问题分为两类：一类是连续时间的投资组合选择问题，它假定在任意时刻都可以交易，即收益、风险等都是时间的连续函数，这类模型被称为动态投资组合选择问题；另一类是离散时间的投资组合选择问题，它假定只能在一些离散的时刻可以交易，因此收益、风险等都是时间的不连续函数，这类模型被称为多阶段的投资组合选择问题。本章研究基于 CVaR 的多期投资组合选择问题，首先给出一般多阶段投资组合选择问题的基本框架，然后重点研究一种固定再调整策略下的投资组合选择问题，建立该问题的 M－CVaR 模型，给出相应的实证分析。

一、长期投资组合选择问题

（一）一般的长期投资组合选择问题

长期投资组合选择是一个非常复杂的问题，原因在于：一是长期计划期内的经济环境会受到很多随机因素的影响，一些主要的经济指标很难预测，而这些指标可能就是建立模型时需要输入的变量或参数；二是对长期计划的投资组合选择问题建立恰当的数学模型比较困难；三是即使有了数学模型，往往比较复杂，因此很难有效求解，不能满足实际金融市场组合管理的需求。本章主要研究在离散

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

时间点交易的多阶段投资组合选择问题，重点在于给出几种常用的多阶段投资组合选择策略下的最优化模型，以及探讨这些模型如何求解的问题。

多阶段投资组合选择问题考虑投资期限是一个比较长的时间 T，将其分为离散的时间区间 $T=\{0, 1, \cdots, \tau\}$。每一个时间段$[\tau-1,\tau]$称为一个阶段或者周期，如图 6－1 所示。

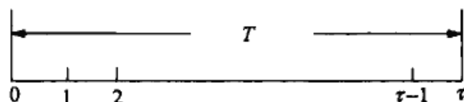


图 6－1　投资计划的阶段划分

多阶段投资组合选择问题有两种可能情形：一是投资开始时刻投资者有一笔资金，需要按照某种策略将资金分配到各种资产上，在初始 0 时刻如何确定资金投资比例，中间在 $t=1, \cdots, \tau$ 时刻如何调整比例？使 τ 时刻投资组合或价值最大，或风险最小，或者期望效用最大，这是一种多阶段投资组合管理问颗。二是投资开始 0 时刻投资者已有一个投资组合，需要按照某种策略在中间 $t=1, \cdots, \tau$ 时刻调整组合比例，如何调整比例？使 τ 时刻投资组合或价值最大，或风险最小，或者期望效用最大，这是另一种多阶段投资组合管理问题，这两种问题的共同点是在 T 时期内 $t=1, \cdots, \tau$ 时刻投资者需要作决策。

长期计划可能是有限时间，也可能是无限时间，如一个养老金账户在实际操作中为了方便，都假定计划是有限时间长度的，因此将计划期无论如何划分，所得的阶段数总是有限个，划分要考虑很多因素。初始点是经济状态已知的当前持有日期，随后的阶段是期望再去考察资产配置或修正资产组合的日期，阶段长度的选择可以源于许多标准，如根据某一预期事件的发生（如利息的偿还），或一定时间周期（如年、月等）等的管理考核来决定，也可以根据预测资产收益的能力来确定。不过，一般来说各阶段的长度应该相等。本书假设各段的时间长度相等，周期为一年。

（二）三种长期投资组合管理策略优劣

进行长期投资组合管理时，一般可以采用三种策略，即购买持有策略、固定混合策略和投资组合保险策略。下面从三种策略带给投资者的损益来分析它们各自的特点和优缺点，通过分析会看到三种策略没有哪一种策略一定优于另外一种策略，每一种策略的优势在很大程度上取决于所面临的市场环境和投资者的风险特征。

1. 购买持有策略

购买持有策略是确定恰当的投资组合，并在计划期内持有这种投资组合，这

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

就是上一章讲述的内容。其特点是购买初始投资组合，并在长时间的计划期内持有这种组合，而不管持有期内资产价值发生怎样的变化，这种策略都不积极地进行资产调整。它是一种便于操作和分析的简单策略，具有最小的交易成本和管理费用的优点。但明显的缺点是不能应对环境变化所带来的风险，本质是一种静态管理方式，只不过持有期比较长而已。为了说明这种策略和其他策略的区别，下面通过投资组合价值变化图来分析。

假定投资者初始时刻将总资产 1000 元中的 60% 投资于股票，起始股票价格为 10 元，共买了 60 股，其余的 40% 投资于债券，构建一个 60/40 的投资组合。如果假定在持有期内债券价值不变，那么投资组合的价值是股票价格的线性增函数，如图 6 -2 所示，其中 P_s 表示股票价格，单位为元；V_p 表示投资组合价值，单位为百元。

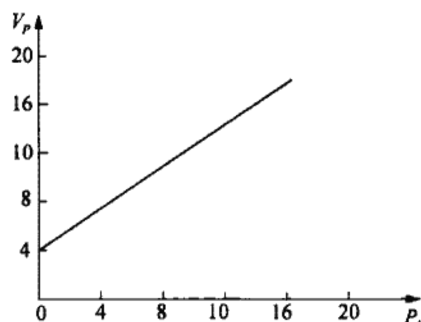


图 6 -2　购买持有策略投资组合价值曲线

由于投资组合价值是股票价格的线性增函数，因此购买持有策略的升值潜力是无限的。该策略可以分享股票市场不断上升所带来的收益，最初投资于股票的比例越大，当股票业绩优于债券业绩时，购买持有策略的业绩好；当股票业绩劣于债券业绩时，购买持有策略的业绩差。另外，投资组合中各种资产占组合的比例随着市场的变化而改变，在较高的市场水平上，股票所占的比例较大，在较低的市场水平上，股票所占的比例较小，相对的债券比例上升了，这是市场变化带来的自然结果。

2. 固定混合策略

固定混合策略是确定恰当的投资组合，然后在长期的计划期内定期调整组合，使每一种资产在投资组合中的比例保持不变，显然这种方法随着频繁调整组合，交易成本和管理费用将随之增加，但它能根据外部环境的变化调整组合以规避风险。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



与购买持有策略相比，固定混合策略保持投资组合中各类资产的比例固定不变。对于上面的例子，为了保持固定比例，投资者需要在股票市场发生变化时，对投资组合进行再平衡。当股票市场价格上涨时，股票在投资组合中的比例将上升，所以投资者需要卖出部分股票再投资于债券市场；相反，当股票市场价格下跌时，股票在投资组合中所占的比例有所下降，投资者需要减少在债券市场的资产，并且投资于股票市场。

与购买持有策略相比较，应用固定混合策略的投资者在股票市场价格上涨很大时需要卖出有较高收益率的股票资产以达到固定比例，此时投资组合的价值的增加幅度就会减小。另外，在股票市场价格下跌很大时投资者需要买入有较低收益的股票资产以达到固定比例，此时投资组合的价值减少幅度就会增大。因此，在 P_s—V_p 的坐标系中，投资组合价值变化曲线是一条单调增的凹曲线，如图 6－3 所示。

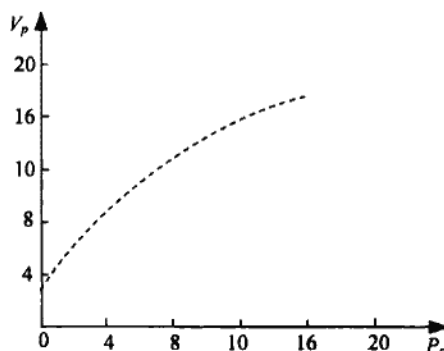


图 6－3 固定混合策略投资组合价值曲线

3. 投资组合保险策略

投资组合保险是应用最广泛的动态资产配置策略，它开始是为养老基金的管理开发和应用的。概括地说，这一策略为投资组合确保了最低回报率，而又不失去从市场有利变化中获利的机会。投资组合保险的一种简化形式是著名的固定比例投资组合保险（CPPI），它比以期权为基础的投资组合保险使用起来简单得多。这种简化形式的投资组合保险策略 CPPI 的一般形式是：

股票金额 = k ×（投资组合价值 − 最低价值）

其中，k 是大于 1 的乘数；最低价值是指投资者希望获得的投资组合的最小价值。投资组合价值与最低价值的差额表示对最低价值提供有效保护的保护层。从上式可以看出，只要给定最低价值和乘数 k，就可以确定投资于股票的数量。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

投资组合保险策略在股票市场表现很好时，投资于股票的金额也要求必须大，即投资者卖掉更多的债券，买入大量的股票，投资组合的价值随之上升。股票市场表现越好，股票在投资组合中所占比例越大，投资组合价值增加的幅度就越大。当股票市场表现很差时，投资于股票的金额要求必须小，此时投资者需要卖掉大量的股票，买入更多的债券，投资组合的价值随之下降。股票市场表现越差，股票在投资组合中所占比例越小，投资组合价值减小的幅度也就越小。这就说明投资组合价值是股票价格的单调增函数，并且是一个凸函数。

（三）三种长期投资组合管理策略再比较

下面同样利用上面例子分别从股票价格具有明显的上涨或下降趋势以及价格易变、没有趋势两个方面比较三种投资战略的区别。

1. 股票市场具有明显的上涨或下降趋势

假定在一个时间段内债券价格不变，股票价格从 10 元上涨到 12 元，此时购买持有策略不需要对组合做任何调整，固定混合策略和投资组合保险需要调整组合中股票和债券的数量，以达到要求的数量。在接下来的一个时间段内，股票价格从 12 元上涨到 14 元，此时购买持有策略仍然不需要对组合做任何调整，固定混合策略和投资组合保险策略都需要进一步调整组合中股票和债券的数量。如果股票价格从 10 元下跌到 8 元，再从 8 元下跌到 6 元。投资组合的具体调整方案如表 6－1 所示。

表 6－1　股价上涨或下跌时三种投资策略的调整方案

股票价格	调整方案	购买持有策略	固定混合策略	投资组合保险策略
12	卖出股份	0	4	－10
	持有股份	60	56	70
	组合价值	1120	1120	1120
	债券价值	400	448	280
14	卖出股份	0	3.20	－10
	持有股份	60	52.80	80
	组合价值	1240	1232	1260
	债券价值	400	492.80	140
8	卖出股份	0	－6	15
	持有股份	60	66	45
	组合价值	880	880	880
	债券价值	400	352	520

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

续表

股票价格	调整方案	购买持有策略	固定混合策略	投资组合保险策略
6	卖出股份	0	-8.8	15
	持有股份	60	74.8	30
	组合价值	760	748.0	790
	债券价值	400	299.2	610

特别说明的是，表中股票价格下跌到 8 元指的是初始 10 元下跌到 8 元，而不是从 14 元下跌到 8 元。从表中的数据很容易计算出应用购买持有策略的投资组合无论股票价格上涨还是下跌，投资组合价值相对于股票价格的变化始终为常数 60，因此投资组合价值变化曲线为直线。采取固定混合策略的投资组合在股票价格上涨到 12 元时，投资组合价值相对于股票价格的比率为 60，上涨到 14 元时为 56。而当股票价格下跌到 8 元时，比率为 60，继续下跌到 6 元时为 66。这说明随着股票价格的上涨，投资组合价值增加幅度越来越小，随着股票价格的下跌，投资组合价值减少幅度却越来越大，因此投资组合价值变化曲线为凹曲线。采取投资组合保险策略的投资组合在股票价格上涨到 12 元时，投资组合价值相对于股票价格的变化率为 60，上涨到 14 元时为 70。而当股票价格下跌到 8 元时，变化率为 60，继续下跌到 6 元时为 45，这说明随着股票价格的上涨，投资组合价值增加幅度越来越大，随着股票价格的下跌，投资组合价值增减幅度却越来越小，因此投资组合价值变化曲线为凸曲线。具体如图 6-4 所示，图中横坐标为股票价格，单位为元，纵坐标为投资组合价值，单位为百元。

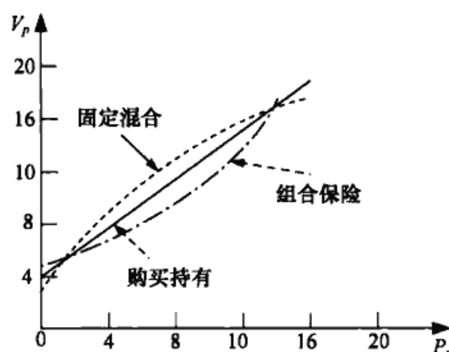


图 6-4 三种投资策略投资组合价值曲线

从图中可以看出，股票价格具有明显的上涨趋势时，采用投资组合保险策略

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

构建的投资组合会给投资者带来越来越多的收益，且收益的增大幅度越来越大，购买持有策略次之，固定混合策略最差；反之，股票价格具有明显的下降趋势时，投资组合保险策略能够最大限度地保护投资者，使其损失最小，购买持有战略次之，固定混合策略最差。因此，在股票市场趋势明显时，投资者应该首选投资组合保险策略。

2. 股票市场易变、没有明显的趋势

在无明显趋势或者易变的市场环境下，未来持有期内股票价格变化方向很难预测，假定股票价格先从 10 元上涨到 12 元，然后又从 12 元下跌到 10 元，那么三种不同投资战略将会导致不同的投资组合价值。对于购买持有策略，由于中间对组合不做调整，因此投资组合价值先是上升到 400 + 60 × 12 = 1120 元，然后又下降到 400 + 60 × 10 = 1000 元。对于固定混合策略，股价上涨到 12 元时，投资者为了维持 60/40 的比例，需要卖出 4 股股票，剩余 56 股，债券价值增大为400 + 4 × 12 = 448 元，投资组合价值为 1120 元；股价下跌到 10 元时，投资者需要卖出债券，买入股票，此时投资组合价值为 448 + 56 × 10 = 1008 元。对于投资组合保险策略，股价上涨到 12 元时，投资者需要买入 10 股股票，持有 70 股，债券价值减小为 400 - 10 × 12 = 280 元。投资组合价值为 1120 元；股价下跌到 10 元时，投资者需要卖出股票，买入债券，此时投资组合价值为 280 + 70 × 10 = 980 元。将上面三种投资策略在上下震荡的市场环境下的投资组合价值总结如表 6 - 2 所示。

表 6 - 2　易变市场下三种投资策略的比较

股票价格	购买持有策略	固定混合策略	投资组合保险策略
12	1120	1120	1120
10	1000	1008	980

为了清楚地看到表 6 - 2 反映出三种投资战略在易变市场环境下的区别，我们将表中的投资组合价值变化曲线画出来，如图 6 - 5 所示。图中 A 点对应投资组合初始状态，即股票价格为 10 元，组合价值为 1000 元。B 点对应股票价格上涨到 12 元时投资组合的状态，此时尽管三种投资策略对应不同的股票/债券比例，但是投资组合的价值是相同的，都是 1120 元。当股票下跌到 10 元时，购买持有策略投资组合价值又回到 1000 元，即在图中投资组合价值从 B 点沿着 BA 直线又回到 A 点；固定混合策略投资组合价值为 1008 元，对应图中的 C 点，即投资组合价值从 B 点沿着直线 BC 回到 C 点；投资组合保险策略投资组合价值为 980 元，对应图中的 D 点，即投资组合价值从 B 点沿着直线 BD 回到 D 点。这说明在易变的市场环境下，固定混合策略优于购买持有策略和投资组合保险策略。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

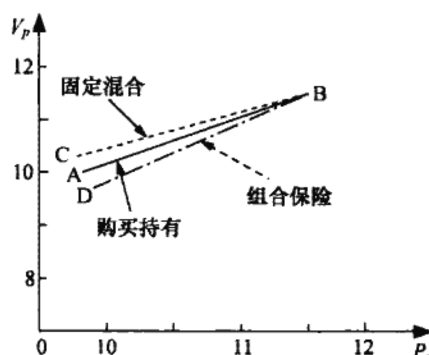


图 6-5 易变市场下三种投资策略

3. 三种投资策略的特征

通过以上分析，将三种长期投资策略的特点进行总结，具体如表 6-3 所示。首先，表中给出了当市场上升或下降时，投资者是否需要采取再平衡行动；其次，给出了三种不同的投资策略下投资组合价值变动模式；再次，列举了对不同投资策略有利的市场环境；最后，给出了有效实施这些战略所需要的市场波动性。

表 6-3 三种投资策略的特征

策略	市场下降/上升	价值曲线	有利的市场环境	要求的波动幅度
购买持有	不行动	直线	牛市	小
固定混合	下降购买	凹	易变、无趋势	适度
	上升出售			
投资组合保险	上升购买	凸	强趋势	高
	下降出售			

在一个强牛市的市场环境下，采取购买持有策略或者投资组合保险特别有利。在经济衰退期采取投资组合保险策略更为有利。在一个易变的无趋势市场环境下，固定混合策略最有利，但对于投资组合保险策略不利。由于未来的市场变化谁也无法精确预测，因此，三种不同的投资策略不能绝对地说哪一个最好，或者哪一个最差，它们在不同的市场条件下有不同的表现。

实际上除了上面提到的三种常用的长期投资管理策略以外，还有一些其他的方法如利用随机网络规划的方法确定长期投资管理策略。每一种方法都各有优劣，有他们各自适用的市场环境。在应用这些策略时，必须熟悉它们的特点和适用的市场环境。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

二、多阶段资产组合管理模型

本节给出多阶段投资组合管理问题的基本框架，并建立一个具有一般结构的多阶段均值—风险投资组合管理模型。

假设资产种类集合 $A=\{1, 2, \cdots, I\}$，资产 1 代表现金，其余的种类可以包括股票、债券、期货甚至实业。不确定性利用足够多的离散值来表示，每一个离散值称为一个情景，它表示从初始时刻 0 到时刻 τ 的一条可能路径，假定情景集合为 S，那么任意一种情景 $s\in S$。整个情景集合可以用情景树来描述，如图 6－6 所示。

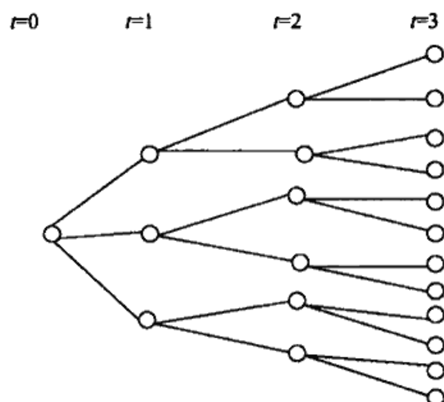


图 6－6　情景树

对于任意的资产 $i\in A$，情景 $s\in S$，时刻 $t\in T_1$，定义下面的符号：

参数：

$r_{it}^s=1+\rho_{it}^s$，ρ_{it}^s表示在第 s 种情景下、第 t 个阶段资产 i 的阶段收益率。

π_s 表示第 s 种情景发生的概率，满足 $\sum_{s=1}^{S}\pi_s=1$。

w_0 表示初始 0 时刻的财富。

c_{it}表示 t 时刻买入资产 i 的交易费用。

d_{it}表示 t 时刻卖出资产 i 的交易费用。

β_t^s 表示第 s 种情景下、t 时刻借款利率。

x_{it}^s表示第 s 种情景下、t 时刻资产 i 调整后的价值。

v_{it}^s表示第 s 种情景下、t 时刻资产 i 调整前的价值。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

w_t^s 表示第 s 种情景下、t 时刻调整后组合的价值。

b_t^s 表示第 s 种情景下、t 时刻流入现金额。

h_t^s 表示第 s 种情景下、t 时刻流出现金额。

p_{it}^s表示第 s 种情景下、t 时刻资产 i 的买入额。

q_{it}^s表示第 s 种情景下、t 时刻资产 i 的卖出额。

假定借款利率和还款利率相等，那么在上面的参数中，有 $r_{1t}^s=1+\rho_{1t}^s=1+\beta_{1t}^s$，在以上定义的基础上，以 CVaR 方法建立收益—风险容忍模型，多阶段投资组合选择模型可以用下面的选择模型来描述。

$$\text{Max } Z=\mu E(w_\tau)-(1-\mu)\text{CVaR}_\alpha(w_\tau) \tag{6-1}$$

$$\text{s. t. } \sum_{i=1}^{I} x_{i0}^s = w_0, \forall s \in S \tag{6-2}$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_{i\tau}^s = w_\tau^s, \forall s \in S \tag{6-3}$$

$$x_{it}^s=v_{it}^s+p_{it}^s-q_{it}^s, \forall s\in S, t=1,2,\cdots,\tau, i\in A, i\neq 1 \tag{6-4}$$

$$x_{1t}^s = v_{1t}^s + \sum_{i\neq 1}(q_{it}^s - d_{it}^s) - \sum_{i\neq 1}(p_{it}^s + c_{it}^s) + b_t^s - h_t^s, \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau \tag{6-5}$$

$$v_{it}^s=x_{it-1}^s r_{it}^s, \forall s\in S, t=1,2,\cdots,\tau, i\in A \tag{6-6}$$

$$p_{it}^s \cdot q_{it}^s=0, t=1,2,\cdots,\tau, i\in A \tag{6-7}$$

以上建立的是一个具有一般情形的多阶段投资组合选择模型。具有特定情形的问题都可以在该模型的基础上加以修改来建模。为了说明建模的过程，下面从目标函数和约束条件分别来解释。

（一）目标函数

在一般情形的多阶段投资组合选择模型中，目标函数有多种表示形式。如目标函数可以表示最终财富的平均效用，选择的目标是让最终的平均效用最大化。本书是采用收益—风险所反映的效用来表示目标函数，见式（6－1）。其中参数 μ 称为风险容忍系数，$\mu\in(0,1)$。当 $\mu=0$ 时，投资者只需要找到风险最小的投资组合策略，而不考虑收益；当 $\mu=1$ 时，投资者只需要找到收益最大的投资组合策略，而不考虑风险，也就是说随着 μ 的增大，投资者承受风险的能力越来越大，或者说越能容忍风险。

通常收益都是用期望收益计算，式（6－1）中 $E(w_\tau)$ 表示期望的最终财富，模型在 S 种情景的基础上，可以表示为均值即 $E(w_\tau)=\sum_{s=1}^{S}\pi_s w_\tau^s$。风险的测度方法很多，根据前文的分析，CVaR 是性质优良的风险测度指标，因此本书

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

选取条件风险价值（CVaR）为风险测度函数。

（二）约束条件

约束（6－2）可以分为两种情况：一是如果投资者在开始的0时刻拥有一笔资金 w_0，那么他需要决策如何将这笔资金分配到 I 种资产上，这种情况下投资者在0时刻需要作决策来确定在第 s 个情景下、第 i 个资产上的投资额 x_{i0}^s 应该是多少，由于0时刻是初始时刻，应有 $x_{i0}^{s_1}=x_{i0}^{s_2}$，$\forall s_1, s_2\in s$。约束条件（6－2）的作用是保证所有资产上的投资额的总和应该等于总资金 w_0。二是投资者如果在开始的0时刻已拥有一个投资组合。那么此时他不需要考虑资金如何分配的问题，即决策变量 $x_{i0}^s=x_{i,0}$ 是一个已知常数，因此约束条件（6－2）就从模型中消失。约束（6－3）保证在第 s 个情景下、τ 时刻所有资产的价值之和等于总财富 w_τ^s。

约束（6－6）描述了在第 s 个情景下第 t 个时段内各资产价值变化情况。

约束（6－4）称为风险资产平衡约束，它描述了各风险资产价值在第 s 个情景下、t 时刻调整前后的变化。

约束（6－5）称为现金平衡约束，它描述了现金资产在第 s 个情景下、t 时刻调整前后的变化。买入资产 i 的交易费用 c_{it}^s 是交易额 p_{it}^s 的函数。卖出资产 i 的交易费用 d_{it}^s 是交易额 q_{it}^s 的函数。根据实际情况可以选择线性交易费用或非线性交易费用函数。这里实际上隐含这样一个假设：无论在何种情况下交易费用只与交易额有关，而与情景无关。这里假定投资者可以借入资金 b_t^s，当然也要还回资金 h_t^s，这里 b_t^s，h_t^s 是已知量。如一个开放式基金，在长期计划期内，可以假定管理者会定期收到购买基金而流入的现金流，同时也会定期为投资者发放红利。对于养老金管理同样存在这种情况：年轻人会定期交纳养老金，同时也有老年人支出养老金，因此同时会有现金流入流出。如果考虑一个封闭的情况，即在整个计划期内不允许有现金流流入，也不能有现金流流出。如一个封闭式基金的情形，那么此时后面的两项就没有了，此时的现金平衡约束变为：

$$x_{1t}^s=v_{1t}^s+\sum_{i\neq1}(q_{it}^s-d_{it}^s)-\sum_{i\neq1}(p_{it}^s+c_{it}^s),\forall s\in S,t=1,2,\cdots,\tau \qquad (6-8)$$

如果假定上一期借入的现金 b_{t-1}^s 本期调整时就要归还，那么流出的现金流 $h_t^s=b_{t-1}^s(1+\beta_t^s)$。此时的现金平衡约束变为：

$$x_{1t}^s=v_{1t}^s+\sum_{i\neq1}(q_{it}^s-d_{it}^s)-\sum_{i\neq1}(p_{it}^s+c_{it}^s)+b_t^s-b_{t-1}^s(1+\beta_t^s),\forall s\in S,t=1,2,\cdots,\tau \qquad (6-9)$$

在多阶段投资组合管理的模型中一般没有考虑买空限制，即资产 i 的卖出额 q_{it}^s 可以大于该资产的现有价值 v_{it}^s，买入额 p_{it}^s 也可以小于0。但是如果市场不允许买空，那么必须对卖出额 q_{it}^s 增加下面的约束：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$q_{it}^s \leqslant v_{it}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1 \tag{6-10}$$

对买入额增加下面的额约束：

$$p_{it}^s \geqslant 0, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1 \tag{6-11}$$

对于现金资产的现金流入、流出额增加下面的约束：

$$b_t^s \geqslant 0, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau \tag{6-12}$$

$$h_t^s \leqslant v_{1t}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau \tag{6-13}$$

另外，由于监管当局的一些政策限制和国家政策法规的要求，有可能对于投资在风险资产上的资产比例要求不能超过总资产的一个比例 k，如 $k=20\%$，这样就需要增加下面的约束：

$$x_{it}^s \leqslant k\sum_{j=1}^{I} x_{it}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1, 0<k<1 \tag{6-14}$$

约束（6-7）表示资产在同一时刻不能同时买入和卖出。

总之，在不允许买空的条件下，多阶段的投资组合选择模型的一般形式为：

$$\text{Max } Z=\mu E(w_\tau)-(1-\mu)CVaR_\alpha(w_\tau)$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_{i0}^s = w_0, \forall s \in S$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_{i\tau}^s = w_\tau^s, \forall s \in S$$

$$v_{it}^s = x_{it-1}^s r_{it}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A$$

$$x_{it}^s = v_{it}^s + p_{it}^s - q_{it}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1$$

$$x_{1t}^s = v_{1t}^s + \sum_{i\neq 1}(q_{it}^s - d_{it}^s) - \sum_{i \neq 1}(p_{it}^s + c_{it}^s) - b_t^s - h_t^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau$$

$$0 \leqslant q_{it}^s \leqslant v_{it}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1$$

$$p_{it}^s \geqslant 0, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1$$

$$p_{it}^s \cdot q_{it}^s = 0, t=1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1$$

$$b_t^s \geqslant 0, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau$$

$$h_t^s \leqslant v_{1t}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau$$

三、模拟情景树的生成

从上述的多阶段投资组合选择模型的输入参数可以看出，需要事先估计每一种资产在每一个阶段内的所有可能收益率 ρ_{it}^s、第 s 情景发生的概率 π_s 以及借款利率 β_t^s。如果考虑交易费用，那么还需要估计买入卖出的交易费用 c_{it}^s 和 d_{it}^s。如果假定交易费用与情景无关，因此模拟随机情景时不必考虑交易费用。只要模拟出

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

与情景有关的参数，即 ρ_{it}^{s}、π_{t} 和 β_{t}^{s}。实际上在初始的0时刻，整个系统的状态是确定的。本书采用向量自回归方法模拟情景树以确定相关的参数，下面就详细地讨论该方法。

对不确定性参数的预测通常采用向量自回归模型。向量自回归模型是由 Grange 和 Sims 提出的。Sims 把向量自回归模型作为一种与联立方程模型并列的方法进行了介绍。其出发点就是为了弥补结构性宏观经济模型预测准确性不高的缺点。它抛开用经济学理论作为建模的基础。而采用历史的时间序列趋势来预测未来经济的走向。从经济学家的经验看，此模型的预测准确性比结构性宏观经济模型好，向量自回归模型被广泛用来预测一个国家或地区的经济走势。向量自回归模型是一种非结构化模型，要确定它不需要很多理论。而只需说明两件事：一是认为哪些变量是相互作用的，因此应该把其作为我们试图构造的某个经济系统模型的一部分；二是足以反映变量彼此之间大部分影响的最大可能的滞后阶数。

单变量的自回归模型通常表示为：

$$y_t = c + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \cdots + a_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (6-15)$$

其中，c，a_i（$i=1$，2，…，p）是待定常数；y_t 是一个在 t 时刻的随机变量；p 是最大滞后数；ε_t 是一个服从 $N(0, \sigma)$ 正态分布的随机变量；σ_i^2 表示第 i 个资产收益分布的方差，且不同时刻的随机变量不相关，即满足下面的关系：

$$E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \sigma^2, i=j \\ 0, i \neq j \end{cases} \qquad (6-16)$$

式（6－15）表明 t 时刻的随机变量 y_t 受到自身前面 p 个值 y_{t-1}，…，y_{t-p} 的影响，而且受到当前时刻随机因素 ε_t 的影响，因此称之为自回归模型。

如果同时存在 n 个随机变量，那么 t 时刻的多变量自回归模型可以表示为：

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \cdots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (6-17)$$

其中，$y_t = (y_{1t}, y_{2t}, \cdots, y_{nt})^T$，在问题中 y_{it} 表示资产 i 的对数收益率，$c = (c_1, c_2, \cdots, c_n)^T$ 是 $n \times 1$ 阶的常数向量，$A_j(j=1, 2, \cdots, p)$ 是由回归系数构成的 $n \times n$ 阶矩阵，$\varepsilon_t = (\varepsilon_{1t}, \varepsilon_{2t}, \cdots, \varepsilon_{nt})^T$ 是具有下面性质的白噪声过程。对所有的 i，j。都有：

$$E(\varepsilon_t) = 0, E(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = \begin{cases} \Omega, i=j \\ 0, i \neq j \end{cases} \qquad (6-18)$$

这里 Ω 是由 n 个随机项 $\varepsilon_{it}(i=1, 2, \cdots, n)^T$ 构成的 $n \times n$ 阶协方差矩阵，根据概率知识可知它是对称正定的。式（6－17）表示的多变量自回归模型称之为 p 阶向量自回归模型，记为 VAR（p）。

记 a_{ij}^{k} 表示滞后阶数为 k 的自回归系数矩阵 A_k 的第 i 行第 j 列的元素，则 p 阶向量自回归模型 VAR（p）的分量表示形式为：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$
\begin{aligned}
y_{it} = c_i &+ a_{i1}^1 y_{1(t-1)} + a_{i2}^1 y_{2(t-1)} + \cdots + a_{in}^1 y_{n(t-1)} \\
&+ a_{i1}^2 y_{1(t-2)} + a_{i2}^2 y_{2(t-2)} + \cdots + a_{in}^2 y_{n(t-2)} \\
&+ \cdots \\
&+ a_{i1}^p y_{1(t-p)} + a_{i2}^p y_{2(t-p)} + \cdots + a_{in}^p y_{n(t-p)} + \varepsilon_{it}
\end{aligned} \tag{6-19}
$$

式（6－19）给出了第 i 个随机变量 y_{it} 的自回归模型。在 VAR（p）系统中，每一个变量对它的常数项 c_i、p 阶滞后值，其他变量的 p 阶滞后值回归，每次回归中，其解释变量相同。例如当随机变量个数 $n=2$、滞后阶数 $p=2$ 时的向量自回归模型 VAR（2）表示为：

$$
\begin{pmatrix} y_{1t} \\ y_{2t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1(t-1)} \\ y_{2(t-1)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_{11}^2 & a_{12}^2 \\ a_{21}^2 & a_{22}^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_{1(t-2)} \\ y_{2(t-2)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varepsilon_{1t} \\ \varepsilon_{2t} \end{pmatrix}
$$

写成分量形式为：

$$y_{1t} = c_1 + a_{11}^1 y_{1(t-1)} + a_{12}^1 y_{2(t-1)} + a_{11}^2 y_{1(t-2)} + a_{12}^2 y_{2(t-2)} + \varepsilon_{1t}$$

$$y_{2t} = c_2 + a_{21}^1 y_{2(t-1)} + a_{22}^1 y_{2(t-1)} + a_{21}^2 y_{2(t-2)} + a_{22}^2 y_{2(t-2)} + \varepsilon_{2t}$$

对于 VAR（p）过程 y_t，如果其一阶距 $E(y_t)$ 和二阶距 $E(y_t, y_{t-1})$ 对于时刻 t 是独立的，那么该 VAR(p) 过程是协方差平稳的，因此对式（6－17）两边取期望，根据式（6－19）。则该过程的均值向量 μ 为：

$$\mu = c + A_1\mu + A_2\mu + \cdots + A_p\mu \tag{6-20}$$

整理后可得：

$$\mu = (I - A_1 - A_2 - \cdots - A_p)^{-1} c \tag{6-21}$$

这里 I 表示 n 阶单位矩阵，$(\cdot)^{-1}$ 表示对矩阵求逆。

利用式（6－20）可将 VAP（p）表示成离差的形式：

$$(y_t - \mu) = A_1(y_{t-1} - \mu) + A_2(y_{t-2} - \mu) + \cdots + A_p(y_{t-p} - \mu) + \varepsilon_t \tag{6-22}$$

Sims 提出可以利用一阶向量自回归模型 VAR（1）对资产收益、价格通货膨胀和工资通货膨胀之间的关系进行建模。VAR（1）的数学表示形式为：

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \Omega) \tag{6-23}$$

利用最小二乘法就可以估计出 VAR（1）中的参数 c，A_1，Ω。

如果采用离差形式，则 VAR（1）可以表示为：

$$y_t = \mu + A_1(y_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t, \varepsilon_t \sim N(0, \Omega) \tag{6-24}$$

由于初始 0 时刻的状态 y_0 是已知的，因此完全可以利用 VAR（1）模型确定资产收益在 $t=1$ 期的概率分布 $y_1 \sim N\ [\mu + A_1\ (y_0 - \mu),\ \Omega]$。从上述分布中抽出一个样本点即可得向量 y_1 的值。利用它又可以确定 y_2 的分布。反复迭代即可得到向量 $\{y_t \mid t = 0, 1, \cdots, \tau\}$ 的时间路径，即未来资产价值分布的一种情景。

通过上面的程序可以得到一个完整的已知情景树，一旦这个树被得到，那么

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

每个资产在各阶段预期的收益率都是可以获得的。更进一步的，情景树结构的确定意味着可知以下情况：以前的一般状态是什么样的？哪种一般状态是可能的继任状态，如果给出当前状态，它们出现的概率是多少？

模拟出情景树后，多阶段投资组合选择模型就是一个确定性的优化模型，而且是一个大规模的优化问题，它的求解比较困难。解决大规模问题的一种办法是在不降低模拟资产损益分布精度的前提下减少模拟的情景数，从而减少决策变量和约束条件的个数，使问题的维数降低。另一种办法是根据约束条件具有特殊的块状结构，利用 Bender 分解技术，有效求解原问题。

四、固定混合策略下的多阶段投资组合管理模型

前面讨论了一般的多阶段投资组合选择问题的模型建立，情景树模拟以及求解方法。本节研究一种特殊的投资策略，即固定混合策略，在此基础上建立多阶段投资组合选择模型。

（一）固定混合策略下的多阶段投资组合管理模型一般形式

假定在每一个调整组合的时刻，没有现金借入和借出。由于初始时刻可能是个投资组合，也可能是一笔现金，为了说明的方便，这里假定开始时刻有一笔现金 w_0，需要分配到包括现金账户的 I 种资产上，资产 1 代表现金资产，其余为风险资产。要求投资者在开始的 0 时刻将资金 w_0 按照比例 λ_1，λ_2，…，λ_I 分配到 I 种资产上，然后在时刻 t 调整每一种资产，$t=1$，2，…，τ，使得在任意一种情景 s 下，每一种资产占总资产价值的比例不变。即仍然为 λ_1，λ_2，…，λ_I。问如何确定初始投资比例 λ_i，能够使投资者在 τ 时刻的期望收益最大、风险最小？这种投资策略称为固定混合策略。直观地看，应用固定混合策略在管理投资组合时反映出管理者风险厌恶的程度是比较高的，或者说投资组合管理者是一个保守的投资者。原因在于如果一个资产的价格在一个阶段内升高，在其余资产价格不变或者降低的前提下，在一个阶段结束时，该资产价值占投资组合的比例一定会升高，按照固定混合策略，管理者在调整投资组合时应该卖掉部分该资产，使得偏高的比例降下来，达到固定比例水平，这种投资策略显然是非常保守的，因此说固定混合策略是一个保守的投资管理策略。但是通过前面的分析可以看出，在一个易变、无趋势的市场中，固定混合策略却是一个比较好的策略，只是在趋势明显的市场条件下保守而已。实际例子也表明在一个较长期限内，这种看似保守的固定混合策略在相同的风险水平下，并没有导致低收益，而是和利用随机规划得

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

到的最优投资组合的收益相当，即这种投资策略并没有显示出劣势。这里随机规划得到的最优投资组合指的是在对资产比例没有任何限制的条件下，直接求解模型（6-1）~（6-7）得到的最优投资组合。同时由于固定混合策略的多阶段投资组合管理模型的决策变量只有资产比例 λ_i，$i=1, 2, \cdots, n$（n 为资产数），共 n 个变量，而原始模型（6-1）~（6-7）的决策变量是购买额 p_{it}^s 和卖出额 p_{it}^s（其中 $t=1, 2, \cdots, \tau$，S 为情景数），共 $n\tau S$ 个变量，显然，变量的个数减少了 τS 倍，问题的规模大幅度降低了，因此求解相对容易。

在上面的假设下，多阶段投资组合管理问题的一般形式结构如图6-7所示。图中在每一个调整组合的时刻 τ，没有现金借入，也没有现金借出。图中符号的含义与前面相同。应用收益—风险容忍模型。收益用 τ 时刻、组合价值 w_τ^s 的期望度量，风险用CVaR方法来度量，因此选择模型的目标函数为：

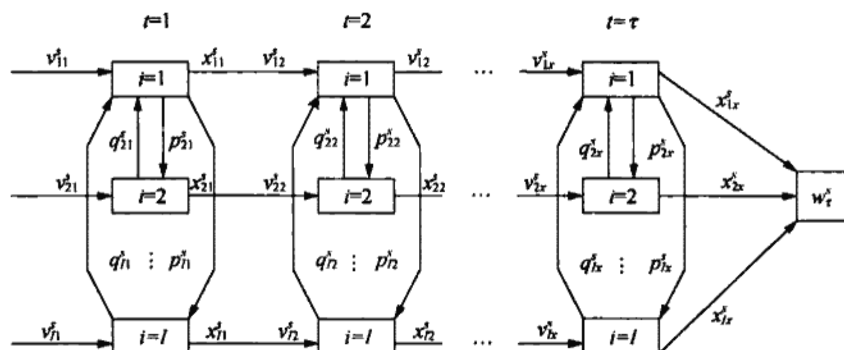


图6-7 多阶段组合选择模型结构

$$\text{Max } Z=\mu E(w_\tau)-(1-\mu)CVaR_\alpha(w_\tau) \tag{6-25}$$

其中，μ 为风险容忍度，期末的期望收益为：

$$E(w_\tau) = \sum_{s=1}^{S} \pi_s w_\tau \tag{6-26}$$

风险为：

$$CVaR_\alpha(w_\tau) = \beta + (1-\alpha)^{-1}\int [f(w_\tau,y) - \beta]^+ p(y)dy \tag{6-27}$$

其中，α 为置信水平，β 为给定值。

固定混合策略可以利用下面的两个约束条件来描述：

$$x_{i0} = \lambda_i w_0, i=1,2,\cdots,I \tag{6-28}$$

$$x_{it}^s = \lambda_i \sum_{i=1}^{I} x_{it}^s, \forall s \in S, t=1,2,\cdots,\tau \tag{6-29}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

约束式（6-28）描述了初始0时刻投资者将资金 w_0 分配到 I 种资产上时，每一种资产所占资产的比例无论在哪一种情景下，都必须是一个固定 λ_i。约束式（6-29）描述了在中间时刻调整组合时，无论在哪一种情景下，无论在哪个时刻，调整结束后每一种资产占总资产的比例必须为固定值 λ_i。因此这样两个等式就描述了固定混合策略约束。

（二）有初始资金的组合选择模型

下面考察有初始资金的多阶段投资组合选择问题的假设、结构图和模型的建立。

假定投资者开始的0时刻有一笔资金 w_0，买空是禁止的，且在任意时刻 $t=0, 1, \cdots, \tau$ 没有现金借入，也没有现金借出，投资组合管理者在0时刻将资金 w_0 分配到 I 种资产上，第 i 种资产占总资产的比例为 λ_i，$i=1, 2, \cdots, I$。并且在以后的时刻 t 调整组合时，$t=1, 2, \cdots, \tau$ 必须保证调整后的组合中第 i 种资产占总资产的比例仍然固定为初始比例 λ_i。这种问题的结构可以用图6-8来表示。

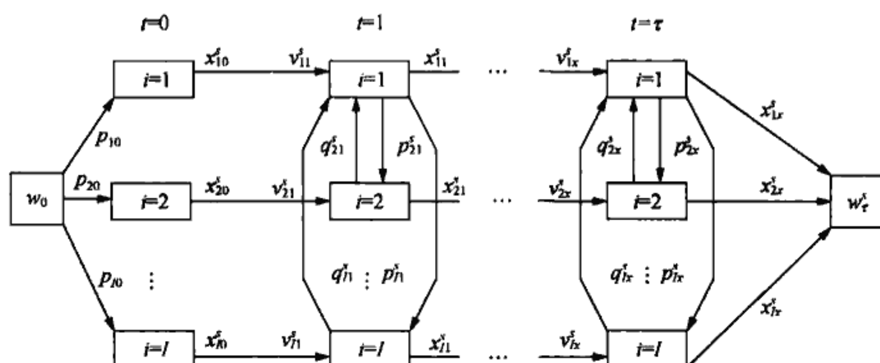


图6-8 持有初始资金的多阶段选择模型结构

图中初始0时刻投资者将总资金 w_0 进行投资，构建投资组合。其中将资金 p_{i0} 投入各资产 i，$i=1, 2, \cdots, I$。由于投资者投入到现金账户上的资金没有交易费用，所以有 $x_{10}^s=p_{10}^s$。由于投资者在购买风险资产时需要支付交易成本 $\sum_{i=2}^{I} c_{i0}^s$，因此有 $p_{i0}^s=x_{i0}^s+c_{i0}^s$，$i=2, \cdots I$，$s\in S$。以后的时刻 t，$t=1, 2, \cdots, \tau$。投资者需要调整组合，使得各资产占总资产的比例不变。

持有初始资金在固定混合策略下的多阶段投资组合选择模型表示如下：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$\text{Max } Z = \sum_{s=1}^{S} \pi_s w_\tau^s \tag{6-30}$$

$$CVaR_\alpha(w_\tau^s) \leqslant l \tag{6-31}$$

$$\sum_{i=1}^{I} p_{i0}^s = w_0, \forall s \in S \tag{6-32}$$

$$x_{10}^s = p_{10}^s, p_{i0}^s = x_{i0}^s + c_{i0}^s, i = 2, \cdots I, s \in S \tag{6-33}$$

$$\sum_{i=1}^{I} x_{i\tau}^s = w_\tau^s, \forall s \in S \tag{6-34}$$

$$x_{it}^s = \lambda_i \sum_{i=1}^{I} x_{it}^s, \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau, i = 0,1,\cdots,\tau \tag{6-35}$$

$$v_{it}^s = x_{it-1}^s r_{it}^s, \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau, i \in A \tag{6-36}$$

$$x_{it}^s = v_{it}^s + p_{it}^s - q_{it}^s, \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1 \tag{6-37}$$

$$x_{1t}^s = v_{1t}^s + \sum_{i\neq1}(q_{it}^s - d_{it}^s) - \sum_{i\neq1}(p_{it}^s + c_{it}^s), \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau \tag{6-38}$$

$$q_{it}^s \leqslant v_{it}^s, \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1 \tag{6-39}$$

$$p_{it}^s \geqslant 0, \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1 \tag{6-40}$$

$$p_{it}^s \cdot q_{it}^s = 0, \forall s \in S, t = 1,2,\cdots,\tau, i \in A, i \neq 1 \tag{6-41}$$

（三）交易费用对组合价值的影响

对于持有初始资金的固定投资组合策略问题，目标函数都需要计算τ时刻的投资组合的期望和风险值，因此必须首先求出w_τ^s的具体形式，而它可以从模型的约束条件（6－32）～(6－41）中递推得到。在$t=\tau$时刻、情景s下，投资组合的价值为：

$$w_\tau^s = \sum_{i=1}^{I} x_{i\tau}^s = x_{1\tau}^s + \sum_{i\neq1}^{I} x_{i\tau}^s \tag{6-42}$$

$$= v_{1t}^s + \sum_{i\neq1}(q_{it}^s - d_{it}^s) - \sum_{i\neq1}(p_{it}^s + c_{it}^s) + \sum_{i\neq1}^{I}(v_{it}^s + p_{it}^s - q_{it}^s)$$

$$= \sum_{i=1}^{I} x_{it-1}^s r_{it}^s + \sum_{i\neq1}^{I}(q_{it}^s - d_{it}^s) - \sum_{i\neq1}^{I}(p_{it}^s + c_{it}^s) + \sum_{i\neq1}^{I}(p_{it}^s - q_{it}^s)$$

……

$$= w_0 \prod_{t=1}^{\tau}\left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s\right)$$
$$- \left[\sum_{j=2}^{I} c_{j0}^s \prod_{t=1}^{\tau}\left(\sum_{i=1}^{I}\lambda_i r_{it}^s\right) + \cdots + \sum_{j=2}^{I} c_{j(\tau-1)}^s\left(\sum_{i=1}^{I}\lambda_i r_{i\tau}^s\right) + \sum_{j=2}^{I} c_{j\tau}^s\right]$$
$$- \left[\sum_{j=2}^{I} d_{j1}^s \prod_{t=1}^{\tau}\left(\sum_{i=1}^{I}\lambda_i r_{it}^s\right) + \cdots + \sum_{j=2}^{I} d_{j(\tau-1)}^s\left(\sum_{i=1}^{I}\lambda_i r_{i\tau}^s\right) + \sum_{j=2}^{I} d_{j\tau}^s\right]$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$= w_0 \prod_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) - \sum_{j=0}^{\tau} \left[\sum_{i=2}^{I} c_{ij}^s \prod_{t=j+1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) + \sum_{i=2}^{I} d_{i(j+1)}^s \prod_{t=j+2}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) \right]$$

在式（6－42）中，如果没有交易费用，那么该式只剩下：

$$w_\tau^s = w_0 \prod_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) \tag{6－43}$$

式（6－43）有 I 个决策变量。即固定混合策略比例 λ_1，λ_2，…，λ_I。从式（6－42）可以看出，由于存在固定比例 λ_i 连乘的形式。因此式（6－43）是一个关于 λ_i 的高次多项式的形式。因此模型（6－42）就是一个非凸非线性全局优化问题。此时变量个数极大的减少了。但仍然难以求解。尽管如此，利用凸松弛技术，可以用分枝界定算法求解该问题。而且可以保证所求得的最优解与真实的最优解非常接近。

考虑交易费用后，由于是固定混合策略，交易费用是交易额的函数，同时交易额同 λ_i 有关，因此决策变量不增加。式（6－42）中的决策变量仍为 I 个，即为固定混合策略比例 λ_1，λ_2，…，λ_I。

如果交易费用形式是线性交易费用，且为交易额的固定比例，如 t 时刻、情景 s 下资产 i 的买入交易费用 $c_{it}^s = k_i p_{it}^s$，卖出交易费用 $d_{it}^s = k_i q_{it}^s$，其中 k_i 只是与资产种类 i 有关，而与是买还是卖、交易时刻 t 以及情景 s 无关的固定交易费用比例。在式（6－42）中用 $c_{it}^s = k_i p_{it}^s$，$d_{it}^s = k_i q_{it}^s$ 带入可得式（6－44）。

$$\begin{aligned} w_\tau^s = {} & w_0 \prod_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) \\ & - \left[\sum_{j=2}^{I} c_{j0}^s \prod_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) + \cdots + \sum_{j=2}^{I} c_{j(\tau-1)}^s \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{i\tau}^s \right) + \sum_{j=2}^{I} c_{j\tau}^s \right] \\ & - \left[\sum_{j=2}^{I} d_{j1}^s \prod_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) + \cdots + \sum_{j=2}^{I} d_{j(\tau-1)}^s \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{i\tau}^s \right) + \sum_{j=2}^{I} d_{j\tau}^s \right] \\ = {} & w_0 \prod_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) \\ & - \sum_{j=0}^{\tau} \left[\sum_{i=2}^{I} c_{ij}^s \prod_{t=j+1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) + \sum_{i=2}^{I} d_{i(j+1)}^s \prod_{t=j+2}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) \right] \\ = {} & w_0 \prod_{t=1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) \\ & - \sum_{j=0}^{\tau} \left[\sum_{i=2}^{I} k_i p_{ij}^s \prod_{t=j+1}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) + \sum_{i=2}^{I} k_i q_{i(j+1)}^s \prod_{t=j+2}^{\tau} \left(\sum_{i=1}^{I} \lambda_i r_{it}^s \right) \right] \end{aligned} \tag{6－44}$$

上式直接的反映了变量 λ_i 与投资组合价值 w_τ^s 的关系。只要得到决策变量的值，就可以确定固定混合策略下的长期投资组合管理方案。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

五、有初始资金的组合选择模型的实证分析

为了检验本章所建立的多阶段投资组合管理模型的可行性和合理性，本节对有初始资金的多阶段投资组合选择模型（6－30）~（6－41）进行实证分析。

（一）模型参数设定

为了简要说明多阶段投资组合管理问题的本质和动态管理过程，本节就用两资产、三个交易时间的两阶段投资组合管理问题作实证分析。该问题可以用图6－9所示的结构来描述。

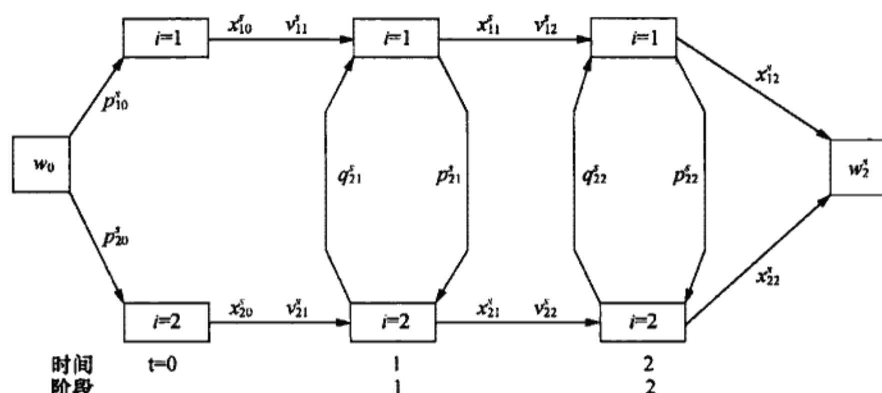


图6－9 两种资产的两阶段选择模型结构

假设每一个阶段的期限为一年，投资组合中包含一个风险资产和一个无风险资产，风险资产（图6－9中的资产2）在每个阶段的价格变化只有上涨和下跌两种可能，且上涨或下跌的概率均为50%，设定上涨幅度为10%，下跌幅度也为10%，因此风险资产的价格变化在两阶段的模型中共有四种可能的情景，用 u 表示上涨，d 表示下跌，那么四种情景构成的情景集 $S=\{u, u; u, d; d, u; d, d\}$，每一种情景 s 发生的概率 $\pi^s=25\%$；风险资产选取为民生银行股票，初始时刻该股票价格选取为2007年5月25日的收盘价，以两阶段股票都上涨为例，即情景 $\{u, u\}$，$r_{2t}^1=1+r_{ut}^1$，$t=1, 2$，r_{ut}（$t=1, 2$）为1年期民生银行股票上涨期收益率，其他情景计算类似，r_{dt}（$t=1, 2$）为1年期民生银行股票下跌期收益率，由此可得风险资产在每一种情境下的收益率以及每一种情景发生的概率，具体如表6－4所示。无风险资产（图6－9中的资产1）假设为现金存款，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

年存款利率为3.6%，因此在每一个情景和每一个阶段，无风险资产的收益率都相等，由于假设调整期限为1年，因此 $r_{1t}^{s}=1.036$，$t=1, 2$，$s=1, 2, 3, 4$。

表 6-4　收益率 $r_{2,t}$和情景概率

第 i 个情景	$r_{2,1}^{i}$	$r_{2,2}^{i}$	概率
1	1.3421	1.3605	0.25
2	1.3421	1.3216	0.25
3	1.3221	1.3574	0.25
4	1.3221	1.3228	0.25

假定初始资产 $w_0=3000$，风险资产的交易费用形式为线性交易费用，且为交易额的固定比例 k_2，为了方便，这里取 $k_2=0.02$。由于假设无风险资产为银行存款，因此自然假设交易费用为零，所以模型中资产 1 的交易费用的比例 $k_1=0$。风险度量函数采用上一章的离散化 CVaR，其中置信度 $\alpha=0.99$，β 为任一给定值，设定为初始组合的10%，即为 $\beta=0.1\times(x_{10}^{s}+x_{20}^{s})$。

（二）目标函数与约束条件

在模型（6-44）设定的基础上，两种资产两阶段的动态投资组合管理问题的目标函数具体描述如下：

$$Z=\frac{1}{4}(w_2^1+w_2^2+w_2^3+w_2^4) \tag{6-45}$$

其中，第 s 个情境下期末财富 w_2^s 为：

$$\begin{aligned} w_2^s &=(w_0-k_2p_{20}^{s})(\lambda_1r_{12}^{s}+\lambda_2r_{22}^{s})(\lambda_1r_{11}^{s}+\lambda_2r_{21}^{s})+k_2(p_{21}^{s}-q_{21}^{s})(\lambda_1r_{12}^{s}+\lambda_2r_{22}^{s}) \\ &=\lambda_1^2r_{12}^{s}r_{11}^{s}(w_0-k_2p_{20}^{s})+\lambda_2^2r_{22}^{s}r_{21}^{s}(w_0-k_2p_{20}^{s})+\lambda_1\lambda_2(r_{12}^{s}r_{21}^{s}+r_{22}^{s}r_{11}^{s})(w_0-k_2p_{20}^{s}) \\ &\quad+\lambda_1r_{12}^{s}k_2(p_{21}^{s}-q_{21}^{s})+\lambda_2r_{22}^{s}k_2(p_{21}^{s}-q_{21}^{s}) \end{aligned}$$

因此，目标函数的表达式（6-45）是一个关于第 i 种资产占总资产的比例 λ_i 的二次多项式。

投资组合的风险要求用约束条件（6-31）表示，根据 CVaR 离散化的方法，可以转化为下面的一组线性不等式约束：

$$\beta+v\sum_{s=1}^{s}z_s\leqslant l \tag{6-46}$$

$$z_s\geqslant f(x,y_s)-\beta, z_s\geqslant 0, s=1,\cdots,4$$

其中，益损函数 $f(x, y_s)=x_{10}^{s}+x_{20}^{s}-(x_{12}^{s}+x_{22}^{s})$；$s=1, \cdots, 4$，$\nu=\frac{1}{4}(1-\alpha)^{-1}$；$z_s$ 为中间变量；l 为投资者风险容忍水平，与投资者财富水平、风险

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

偏好有关。

对约束条件（6－31）～（6－41）中部分约束具体化，相应地可以转化为：

$$\begin{cases} p_{10}^1 + p_{20}^1 = w_0 \\ p_{10}^2 + p_{20}^2 = w_0 \\ p_{10}^3 + p_{20}^3 = w_0 \\ p_{10}^4 + p_{20}^4 = w_0 \end{cases} \tag{6-47}$$

$$\begin{cases} p_{20}^1 = x_{20}^1 + c_{20}^1 \\ p_{20}^2 = x_{20}^2 + c_{20}^2 \\ p_{20}^3 = x_{20}^3 + c_{20}^3 \\ p_{20}^4 = x_{20}^4 + c_{20}^4 \end{cases} \tag{6-48}$$

$$\begin{cases} x_{12}^1 + x_{22}^1 = w_2^1 \\ x_{12}^2 + x_{22}^2 = w_2^2 \\ x_{12}^3 + x_{22}^3 = w_2^3 \\ x_{12}^4 + x_{22}^4 = w_2^4 \end{cases} \tag{6-49}$$

$$\begin{cases} v_{11}^1 = x_{10}^1 r_{11}^1 \\ v_{21}^1 = x_{20}^1 r_{21}^1 \\ v_{11}^2 = x_{10}^2 r_{11}^2 \\ v_{21}^2 = x_{20}^2 r_{21}^2 \\ v_{11}^3 = x_{10}^3 r_{11}^3 \\ v_{21}^3 = x_{20}^3 r_{21}^3 \\ v_{11}^4 = x_{10}^4 r_{11}^4 \\ v_{21}^4 = x_{20}^4 r_{21}^4 \end{cases} \tag{6-50}$$

$$\begin{cases} x_{21}^1 = v_{21}^1 - q_{21}^1 \\ x_{11}^1 = v_{11}^1 + q_{21}^1 - d_{21}^1 \\ x_{21}^2 = v_{21}^2 - q_{21}^2 \\ x_{11}^2 = v_{11}^2 + q_{21}^2 - d_{21}^2 \\ x_{21}^3 = v_{21}^3 + p_{21}^3 \\ x_{11}^3 = v_{11}^3 - p_{21}^3 - c_{21}^3 \\ x_{21}^4 = v_{21}^4 - p_{21}^4 \\ x_{11}^4 = v_{11}^4 - p_{21}^4 - c_{21}^4 \end{cases} \tag{6-51}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$\begin{cases} v_{12}^1 = x_{11}^1 r_{12}^1 \\ v_{22}^1 = x_{21}^1 r_{22}^1 \\ v_{12}^2 = x_{11}^2 r_{12}^2 \\ v_{22}^2 = x_{21}^2 r_{22}^2 \\ v_{12}^3 = x_{11}^3 r_{12}^3 \\ v_{22}^3 = x_{21}^3 r_{22}^3 \\ v_{12}^4 = x_{11}^4 r_{12}^4 \\ v_{22}^4 = x_{21}^4 r_{22}^4 \end{cases} \tag{6-52}$$

$$\begin{cases} x_{22}^1 = v_{22}^1 - q_{22}^1 \\ x_{12}^1 = v_{12}^1 + q_{22}^1 - d_{22}^1 \\ x_{22}^2 = v_{22}^2 + p_{22}^2 \\ x_{12}^2 = v_{12}^2 - p_{22}^2 - c_{22}^2 \\ x_{22}^3 = v_{22}^3 - q_{22}^3 \\ x_{12}^3 = v_{12}^3 + q_{22}^3 - d_{22}^3 \\ x_{22}^4 = v_{22}^4 + p_{22}^4 \\ x_{12}^4 = v_{12}^4 - p_{22}^4 - c_{22}^4 \end{cases} \tag{6-53}$$

$$\begin{cases} q_{21}^1 \leqslant v_{21}^1 \\ q_{22}^1 \leqslant v_{22}^1 \\ q_{21}^2 \leqslant v_{21}^2 \\ q_{22}^2 \leqslant v_{22}^2 \\ q_{21}^3 \leqslant v_{21}^3 \\ q_{22}^3 \leqslant v_{22}^3 \\ q_{21}^4 \leqslant v_{21}^4 \\ q_{22}^4 \leqslant v_{22}^4 \end{cases} \tag{6-54}$$

$$\begin{cases} p_{21}^1 \geqslant 0 \\ p_{22}^1 \geqslant 0 \\ p_{21}^2 \geqslant 0 \\ p_{22}^2 \geqslant 0 \\ p_{21}^3 \geqslant 0 \\ p_{22}^3 \geqslant 0 \\ p_{21}^4 \geqslant 0 \\ p_{22}^4 \geqslant 0 \end{cases} \tag{6-55}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$\begin{cases} p_{21}^1 \cdot q_{21}^1 = 0 \\ p_{22}^1 \cdot q_{22}^1 = 0 \\ p_{21}^2 \cdot q_{21}^2 = 0 \\ p_{22}^2 \cdot q_{22}^2 = 0 \\ p_{21}^3 \cdot q_{21}^3 = 0 \\ p_{22}^3 \cdot q_{22}^3 = 0 \\ p_{21}^4 \cdot q_{21}^4 = 0 \\ p_{22}^4 \cdot q_{22}^4 = 0 \end{cases} \tag{6-56}$$

$$\begin{cases} \dfrac{x_{10}^1}{x_{20}^1} = \dfrac{x_{11}^1}{x_{21}^1} = \dfrac{x_{12}^1}{x_{22}^1} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} \\ \dfrac{x_{10}^2}{x_{20}^2} = \dfrac{x_{11}^2}{x_{21}^2} = \dfrac{x_{12}^2}{x_{22}^2} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} \\ \dfrac{x_{10}^3}{x_{20}^3} = \dfrac{x_{11}^3}{x_{21}^3} = \dfrac{x_{12}^3}{x_{22}^3} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} \\ \dfrac{x_{10}^4}{x_{20}^4} = \dfrac{x_{11}^4}{x_{21}^4} = \dfrac{x_{12}^4}{x_{22}^4} = \dfrac{\lambda_1}{\lambda_2} \end{cases} \tag{6-57}$$

此外，还有风险资产的交易费用约束：

$$\begin{cases} c_{20}^1 = 0.02 p_{20}^1 \\ c_{20}^2 = 0.02 p_{20}^2 \\ c_{20}^3 = 0.02 p_{20}^3 \\ c_{20}^4 = 0.02 p_{20}^4 \end{cases} \tag{6-58}$$

$$\begin{cases} d_{21}^1 = 0.02 q_{21}^1 \\ d_{21}^2 = 0.02 q_{21}^2 \\ c_{21}^3 = 0.02 p_{21}^3 \\ c_{21}^4 = 0.02 p_{21}^4 \end{cases} \tag{6-59}$$

$$\begin{cases} d_{22}^1 = 0.02 q_{22}^1 \\ c_{22}^2 = 0.02 p_{22}^2 \\ d_{22}^3 = 0.02 q_{22}^3 \\ c_{22}^4 = 0.02 p_{22}^4 \end{cases} \tag{6-60}$$

其中，式（6－47）表示初始 0 时刻 4 种情景下的资产分配，式（6－48）表示初始时刻考虑交易费用后的资产分配结果，式（6－49）表示期末投资组合

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

价值，式（6－50）表示第1阶段资产价值变化过程，式（6－51）表示1时刻的组合调整过程，式（6－52）表示第2阶段资产价值变化过程，式（6－53）表示2时刻的组合调整过程，式（6－54）表示资产在各阶段卖出额必小于资产价值，式（6－55）表示资产不允许卖空，式（6－56）表示资产在同一时刻不能同时买入和卖出，式（6－57）表示固定混合策略，式（6－58）表示初始时刻交易费用占分配资金的比例，式（6－59）表示1时刻组合调整产生的交易费用，式（6－60）表示2时刻组合调整产生的交易费用。

综合以上分析，我们的两阶段两资产投资组合管理模型具体为在约束（6－47）～（6－60）下求式（6－45）的极大值。

显然，该模型是一个非凸非线性的二次优化问题，我们利用Matlab优化工具箱中的Fmincon函数进行求解，求得组合中两资产最优固定比例为$\frac{\lambda_1}{\lambda_2}=\frac{2.14}{3.67}$，相应的多阶段投资组合管理方案如表6－5所示。表中第二列表示初始时刻资金分配情况和相应的成本，即p_{10}^t、c_{10}^t、p_{20}^t、c_{20}^t对应的值，第三列和第四列表示风险资产在一阶段和二阶段的调整情况，即p_{2t}^s、c_{2t}^s、q_{2t}^s、d_{2t}^s（$t=1, 2$，$s=1, 2, 3, 4$）对应的值。

表6－5　有交易费用下的长期组合管理策略

阶段情景	0	1	2	最终财富和风险值
1	1090.9091	0.0000	0.0000	
	0.0000	0.0000	0.0000	4507.6999
	1909.0909	213.6328	278.4910	212.0637
	38.1818	4.2727	5.5618	
2	1090.9091	0.0000	0.0000	
	0.0000	0.0000	0.0000	4358.4256
	1909.0909	223.7541	245.0923	185.9750
	38.1818	4.4751	4.9018	
3	1090.9091	201.0872	0.0000	
	0.0000	4.0217	0.0000	4237.6129
	1909.0909	0.0000	279.7488	193.1937
	38.1818	0.0000	5.5950	
4	1090.9091	196.5681	263.2451	
	0.0000	3.6478	6.0379	2868.1892
	1909.0909	0.0000	0.0000	200.7709
	38.1818	0.0000	0.0000	

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

六、本章小结

本章研究了基于 CVaR 方法的长期资产管理问题。在介绍长期资产管理问题以及三种常用资产管理策略的基础上，对一般的多阶段投资组合管理问题进行了深入分析，建立了随机规划模型，并讨论了产生随机参数的情景树模拟方法—自向量回归方法。重点研究了固定混合策略下的一个具体问题，即投资开始时刻有一笔资金，研究如何分配构造投资组合并在随后的持有期内调整投资组合使投资者总财富在均值 - CVaR 意义下最大化。对于上面的问题建立了选择模型，并分析了交易费用对投资组合价值的影响。此类研究对于需要在长期内管理资产和负债的养老金公司、保险公司等机构投资者而言具有重要的实用价值。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第七章　金融衍生品的波动性风险度量

在前面的章节中讨论了波动性风险度量理论，指出金融衍生品与标的股票之间有一定的波动传递关系，本书以权证作为衍生品的代表来考察金融衍生品的波动性，由于权证的波动隐含了股票的波动，传统的波动性风险度量方法难以适用。此外，在对权证的实证研究中，通常假定收益率序列满足正态分布，但是实际收益率波动常常出现尖峰厚尾分布，而布莱克—舒克尔斯的期权定价模型（B－S）和资本资产定价模型（CAPM）都是假定收益率序列满足独立同分布的，因此有必要对权证收益率波动性的特征进行研究。本章在讨论波动性特征的基础上，给出适合刻画权证收益率波动估计的模型，并结合中国权证市场的实际数据，对权证市场波动性进行实证研究。

一、权证市场波动性影响因素的理论诠释

（一）波动性的内涵解析

波动反映随机变量的离散程度。在金融市场中，波动性是体现金融资产未来价格偏离期望值的可能性，也就是波动性反映了资产未来价格的不确定性。因此，权证收益率波动就是体现权证收益率未来的不确定性。这种不确定性通常采用方差或标准差来描述。价格上涨或下跌的可能性与波动性存在一定的正相关关系。

资产价格波动性和市场有效性存在着密切关系。市场有效性理论认为资产价格取决于资产的基础价值，资产的基础价值又由实体经济因素决定。如果市场波动大于资产的基础价值波动，那就说明存在过度波动性，因此可以判断价格并没有充分反映基础价值中的信息，此时市场的有效性值得怀疑。

资产波动性的估计和预测问题一直是金融领域研究的热点。重要的是它与市场的风险有直接关系，同时，波动性在资本资产定价模型 CAPM、套利定价模型 APT、期权定价和证券投资理论中都是非常重要的一个影响因素，另外，波动性

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

是金融市场资产定价与优化资本配置的前提。波动性也可作为简洁、有效的指标来测度证券市场的价格、质量和效率，也与流动性、交易成本、市场信息流动等指标有着密切联系。因此，通过对波动性问题的研究就可以深入理解证券市场的功能（资本配置）实现情况和证券市场的价格行为。

（二）波动性的短期和长期影响

在理论研究中，资产的波动性主要取决于实体经济的有关变量，波动性的变化也应由实体经济有关变量的变化所引起。通常金融资产的价格采用未来现金流折现模型来计算，而资产的未来期望现金流和折现因子则又受到标的企业财务和营运杠杆的影响，这些企业杠杆间接地又受到宏观经济变量的影响，如经济周期、通货膨胀、实际利率等。但实体经济有关变量主要是解释长期波动性，波动性的时变性和聚集性等特性则与期货和期权、交易行为等交易工具、程序化交易算法等交易技术相关。

从投资者的角度分析，资产价格的波动性主要有两个方面的原因：一是投资者对内在价值的判断会因信息变化而改变；二是投资者对于流动性的需要而导致价格发生变化。但不一定整个市场的参与者都有类似的流动性需要，因为众多新信息对于投资者的影响难以确定和量化，因此作为随机变量的新信息对投资者的心理预期值有很大的影响，进而会引起资产价格的短期波动。但对于整个市场来说，可以认为影响资产价格变动的主要因素仍是实体经济变量。

1. *资产波动性的长期影响因素*

（1）经济周期。在预期理论中，资产的市场价格取决于未来现金流的贴现，因此，波动性随着未来现金流和贴现率的变动将呈现一定的时变性（条件异方差）和非线性。当经济处于收缩时，资产波动性较大，因为投资者对宏观经济预期的不确定性加大，未来现金流与贴现率的不确定性也加大。因此，在经济处于收缩时证券市场的波动性明显变大。然而，在蒋祥林（2003）、卢浩（2010）等的论文中，均对长期波动性进行了实证研究，结果显示我国的证券市场无法正确反映宏观经济的未来变化状况，其股市的波动性在收缩期小，在扩张期反而大。对于这一现象，是由于在经济收缩期时，政府通常会采取量化宽松的货币政策，以促使经济的复苏，而进入实体经济投资相对较少，个人、企业甚至银行都把大量资金投入股市，这时的证券市场有较充足的资金供应，而在经济进入扩张期后，收缩期中积累的泡沫促使资金退出市场，随着市场的扩容，实体经济中有较多的投资机会，政府逐步加强调控和监管，进入证券市场的资金开始逐步撤离。这也说明我国的证券市场和实体经济是两个相对的独立市场，背离了证券市场是实体经济“晴雨表”的特征。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（2）宏观经济变量。在成熟的资本市场如美国证券市场，其股市的波动性对工业生产的波动性有较强的预测能力。而中国证券市场属于新型市场，蒋祥林（2003）的实证研究表明，股市的波动性对工业生产值的波动性没有显著的预测能力，对货币供应量、物价指数和实际利率波动也没有显著的解释能力，只对进口和出口额的增长率有显著的解释能力。因此，中国的股票市场作为先行指标作用并不明显，只是被动地对经济做出事后反映。

2. 资产波动性的短期影响因素

（1）交易量。大量的研究表明，资产波动的短期特性与交易量关系密切，周竟东（2010）在实证研究中发现，交易量对资产波动性有较强的解释能力，并分别用SV（随机波动性）模型和GARCH模型进行比较，均得出波动与交易量存在正相关关系。交易量可以分为预期交易量和非预期交易量两类，预期交易量是投资者调整头寸或流动性需求而产生的交易，它通常用交易量的均值来表示，对价格的发现过程影响不大。非预期交易量则是由于新信息流人市场而产生的交易，无法通过历史数据序列来预测，它通常用交易量的残差来表示，是投机性交易的体现。在中国证券市场，交易量可以在一定程度上预测其短期波动性，特别是非预期交易量比预期交易量对于权证市场短期波动的预测能力更强。由于中国证券市场是新型市场，许多制度有待完善，如信息披露不规范，那么信息投资者借助信息先知性人为再造信息，以致造成非信息投资者对信息估计出现了偏差，这也导致了我国权证市场出现了投机和操纵市场的行为。

（2）交易机制。这是市场微观结构的核心要素，市场微观结构影响着金融资产的定价效率。另外，波动性是衡量定价效率的指标之一，因此基于交易机制对波动性影响的研究在价格发现中就显得很重要。常见的交易机制有集合竞价、连续竞价和做市商，不同的交易机制对资产价格波动性的影响各不相同。通常情况下，集合竞价是通过电脑撮合，交易者得不到及时的信息，因而不能有效控制价格风险，易产生较大的波动性，如果竞价指令具有很强的流动性，客观上可以降低大笔交易对市场价格的影响。连续竞价容易受到大额指令交易的影响，但这种报价方式在某种程度上可以减小市场价格波动。在做市商的市场上，信息透明，流动性较好，能为即时性交易提供方便，不易出现较大的波动。

二、权证市场波动性特征梳理与预测模型构建

（一）波动性的表现特征

大量的实证研究表明，实际市场上金融收益率数据不满足独立同分布，其波

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

动呈现非均衡状态，波动的特征主要表现为尖峰厚尾、集聚性、长期记忆性、溢出效应。

1. 尖峰厚尾

在传统投资理论中，经常假定资产收益率满足独立同分布，但是实际的资产收益率并不满足独立同分布，往往呈现出尖峰厚尾的特征。为了模型能够更好地应用于实际，许多学者尝试对模型误差项的分布提出了各种不同的假设：一是假设资产收益率满足列维（Levy）分布，Gopikrishnan（1999，2000）、Doffleitner（2001）均对资产波动的稳态列维（Levy）分布做了相应的研究。二是假设是使用混合分布对已有数据进行分布模型的估计。如用学生 t 分布替代正态分布（Bollerslev，1987）、正态—泊松混合分布（Jorion，1988）、正态—对数正态混合分布（Hsieh，1989）、扩展的指数分布（Nelson，1990）等。

2. 集聚性

金融时间序列若在大幅度波动后伴随着大幅度的波动，小幅度波动后伴随着小幅度的波动，这种特性称为波动集聚性。对于波动集聚性出现的原因，一种解释是源于外部冲击对波动的持续性影响，在有效市场下，高频数据呈现的 ARCH 效应是以集聚方法到达的反映。另一种解释是基于时间扭曲理论，该理论认为波动聚集性产生的原因，主要是经济事件的发生时间与日历时间不一致。

Engle（1982）提出的 ARCH 模型反映了方差变化的特点，在实际的金融时间序列分析中得到广泛的应用。该模型解释了收益率序列中比较明显的变化规律性，并且说明了这种变化前后依存的内在传导机制，很好地描述了外部冲击带来的波动集聚性。Bollerslev（1986）修改了 ARCH 模型，在模型中加入了关于条件异方差的移动平均项，给出了 GARCH 模型，Engle 和 Bobbins（1987）在条件标准方差方程中加入均值方程，给出了 GARCH－M 模型，使期望收益率与风险有效地联系在一起，Nelson（1991）给出了指数 EGARCH 模型，该模型避免了对参数的非负性假设。Pagan 和 Schwert（1990）发现相对于非参数模型而言，EGARCH模型的预测效果是最好的。目前，基于 ARCH 模型而衍生出其他模型，被广泛地应用于证券市场、货币市场等经济领域中。

3. 长期记忆性

资产收益率波动的长期记忆性，是指收益率序列的绝对值或幂的自相关表现出较为缓慢的衰减，而在相距较远的时间间隔仍具有显著的自相关性，表现为历史事件的影响会长期影响着未来。Fama 和 French（1988）实证研究发现股市收益存在短期正相关而长期负相关的关系，Mill（1996）利用伦敦 FT30 从 1935 年至 1994 年的日收益率也得到相似的结果，Dacarogna（1993）利用其他金融时间序列进行实证分析，也得到了同样的特征。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

对资产收益率波动的长期记忆性进行研究具有重要的意义：一是若收益率具有长期记忆性，那么收益就可以预测，套利就可能存在，这显然违背了有效市场假定；二是自回归模型（AR）、滑动平均模型（MA）、自回归滑动平均模型（ARMA）等刻画金融时间序列的短期记忆模型将难以广泛地被应用，必须构建新模型以适应收益率的长期记忆性；三是长期记忆性反映出金融市场具有典型的非线性结构，这使传统的线性结构模型无法刻画金融市场的本质特征。对长期记忆性产生的原因有两种不同的解释：一是市场参与者的偏好和市场情绪所引起的这种反应不能立即体现在资产价格上，持续的价格偏差的累积导致了市场的长期记忆性；二是收益率波动在形成的过程中，不同的信息聚合而导致的结构性变化。

4. 溢出效应

金融市场的波动不仅受到历史波动的影响，还可能受到其他市场波动的影响。这种市场间的波动传导特征，也就是收益率二阶矩的格兰杰因果关系，称为波动的溢出效应。Ross（1989）对溢出效应这一现象进行了阐述，指出波动变化是由市场间的信息流动所引起的，可以通过波动的变化推断出相关的信息。King（1990）研究发现即使信息仅适用于某个特定市场，但市场间的信息流动也会使其他市场对该市场的事件过度反应。Chart（1990）使用多维 ARCH 模型证实了期货市场的交易将会加剧现货市场的波动，同时每年现货市场对期货市场也存在波动传导。Hung（1995）研究发现，东南亚 5 个新兴市场的股票指数存在显著的格兰杰因果关系和协整效应，因此不存在显著的区域内的市场有效性。

学者对溢出效应的研究主要集中在以发达国家市场为对象。近年来，新型金融市场规模不断发展，资金流量不断增大，信息传导的有效性不断增强，同时与发达国家市场的联系也日趋紧密，检验发达市场与新型市场之间的波动溢出效应就显得非常重要。

（二）波动性的 GARCH 簇预测模型

在金融计量经济学中，通常采用标准差的方法刻画资产波动性。而用标准差方法的一个基本假设是金融市场完全有效。但是实际的金融市场并不是完全有效，往往当前的价格波动受到历史的信息集的影响。在此基础上，学者们发展了条件方差来测度异常波动。本节主要介绍 GARCH 簇方法模型。这类模型是当前刻画条件方差的主要估计方法，被广泛地应用于金融时间序列的波动性分析。

GARCH 簇模型是当前金融波动分析中运用最广泛的波动率模型，具有良好的统计特性和准确刻画波动性特点，有效地弥补了 ARCH 模型的不足。

（1）通用 GARCH（p，q）模型，该模型在 ARCH（q）模型中 P 个自回归

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

项，其模型如下：

$$\text{GARCH}(p,q): \sigma_t^2 = c_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \cdots + \alpha_q \xi_{t-q}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 + \cdots + \beta_t \sigma_{t-p}^2$$

其中，c_0 为常数；α_q 为 ARCH 项；β_p 为 GARCH 项。$\xi_t = \sigma_t \varepsilon_t$，$\varepsilon_t$ 服从独立同分布，因此 ε_t 可以被随机产生。

在实际的运用中，二元 GARCH（1，1）模型应用最广泛，其模型如下：

$$\text{GARCH}(1,1): \sigma_t^2 = c_0 + \alpha_1 \xi_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2$$

与 ARCH 模型相比，GARCH 模型更恰当地刻画和预测金融市场变化的特征。其优点在于：可用较简单的 GARCH 模型来代表一个高阶 ARCH 模型，进而使模型的识别和估计都变得更为简单。

（2）TGARCH 方法，该模型也称为门限自回归条件异方差模型，其模型如下：

$$\log \sigma_t^2 = c_0 + \alpha \left| \frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \log \beta\, \sigma_{t-1}^2$$

$$d_t = \begin{cases} 0, \xi_t \geqslant 0 \\ t, \xi_t < 0 \end{cases}$$

$$\gamma = 0$$

对于 TGARCH 模型，利好信息的影响系数为 α，而利坏信息的影响系数为 $\alpha+\gamma$。当 $\gamma=0$ 时，条件方差对冲击的反应是对称的。当 $\gamma\neq 0$ 时，条件方差对冲击的反应是非对称的，称为杠杆效应。

（3）EGARCH 模型，该模型称为广义自回归条件异方差模型，其模型如下：

$$\log \sigma_t^2 = c_0 + \alpha \left| \frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\xi_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \log \beta\, \sigma_{t-1}^2$$

若 $\gamma\neq 0$，则 $\log\sigma_t^2$ 具有非对称性。该模型解决了条件方差不能刻画上升和下降的非对称性。线性模型对于估计的参数具有一定的约束条件，对于条件方差过程的动态性具有一定的要求。

三、基于中国权证市场的波动性模型实证分析

本节利用上一节介绍的 GARCH 模型及其拓展模型对中国权证收益率波动性进行比较。

（一）数据选取与收益率的生成

我们选取 9 只权证来分析波动性特征，这 9 只权证的相关基本信息如表 7－1

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

所示。样本区间为2008年1月5日到2月29日的9只权证的分时交易数据，时间间隔为1分钟，数据来源于锐思金融数据。

表7-1 样本权证明细表

代码	名称	权证类型	行权方式	最后行权日期
030002	五粮 YGC1	认购	百慕大	2008-3-27
038003	华菱 GTP1	认沽	欧式	2008-3-22
038004	五粮 YGP1	认沽	百慕大	2008-3-26
031038	阿胶 EJC1	认购	百慕大	2008-2-22
580009	伊利 CWB1	认购	欧式	2008-1-16
580012	云化 CWB1	认购	欧式	2009-2-20
580013	武钢 CWB1	认购	欧式	2009-4-9
580014	深高 CWB1	认购	欧式	2009-10-23
580015	南航 JTP1	认沽	欧式	2008-6-22

利用每只权证的5分钟对数收益率序列给出其描述性统计，如表7-2所示。从数据中可看出，认购权证的波动方差明显弱于认沽权证，每只权证收益率的均值接近于0，偏度为正值，显著异于0，说明概率分布是右偏的。峰度均大于3，说明每只权证收益率的概率分布显著异于正态分布，均具有尖峰厚尾的特征。

表7-2 权证分时对数收益率的描述性统计

权证名称	最大值	最小值	均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量
030002	0.09560	-1.10540	-0.00138	0.02459	0.24528	5.05224	232.819
038003	0.14970	-0.10570	-0.00178	0.82855	0.15858	5.55211	345.850
038004	0.10940	-0.10720	-0.00105	0.92501	0.35206	6.97048	850.289
031038	0.35270	-0.10590	-0.00147	0.03073	1.22699	17.2753	10971.1
580009	0.13560	-0.10520	-0.00135	0.02521	0.37369	5.89781	468.318
580012	0.12700	-0.10510	-0.00124	0.02279	0.51325	6.35258	642.846
580013	0.09600	-0.10500	-0.00099	0.02029	0.15993	6.32911	584.896
580014	0.15780	-0.10560	-0.00047	0.03099	0.18647	5.21146	263.007
580015	0.09660	-0.10620	-0.00061	0.92618	0.38914	5.23531	292.957

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



以南航 JTP1 为例，通过图形来描述以上特征，图 7－1 给出了其收益率序列的直方分布。

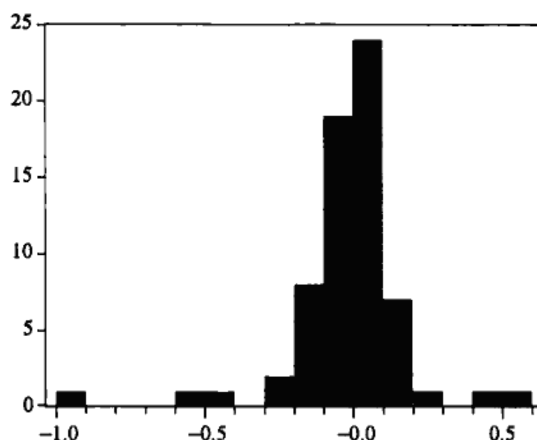


图 7－1 南航 JTP1 收益率序列的直方分布

通过对各只权证的收益率进行 JB 统计量检验，结果发现均拒绝正态分布的假设。同时，通过 Q－Q 图也直观显示了收益率序列不满足正态分布（见图 7－2）。

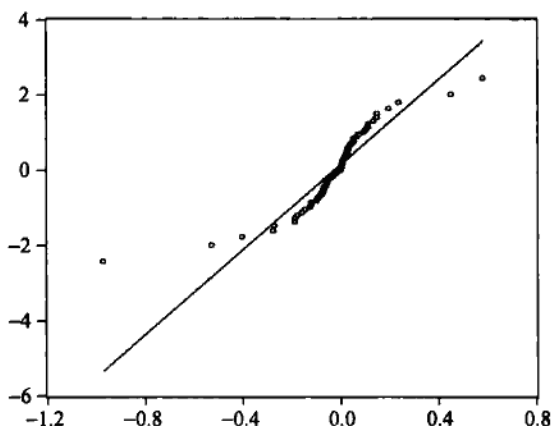


图 7－2 南航 JTP1 收益率 Q－Q 图

对数据的 Box－Ljung 检验表明权证收益率存在明显的相关性，附表 7－1 给出了 9 只权证的分时收益率序列的滞后 5 阶、10 阶和 15 阶等的自相关性检验结果。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

各只权证的自相关函数图显示[①]，各只权证在不同滞后阶数上存在一定的自相关性。附表7－2给出了各只权证分时收益率平方序列的滞后5阶、10阶和15阶的自相关性检验结果。可以发现，各只权证分时收益率平方序列均存在显著的自相关性，因而存在条件异方差性。自相关性检验表明，各只权证分时收益率序列不满足独立同分布序列，波动率存在着时变特征。

（二）基于GARCH模型的参数估计与检验

在实际使用中，通常采用阶数较低的GARCH模型，如GARCH（1，2）、GARCH（2，1）以及GARCH（1，2）。但应用最广泛的是GARCH（1，1）模型，它能够有效地刻画时间序列的波动性特征。若考虑冲击的非对称性因素，则TGARCH和EGARCH是理想选择。本书通过考察标准化残差及其平方序列的自相关性来检验模型的适用性，即通过LB统计量对其检验。检验的结果显示9只权证的基本上都适用GARCH（1，1）模型。表7－3给出9只权证GARCH（1，1）模型估计的结果。

表7－3　各只权证收益率的参数估计值及检验概率

权证代码 参数	030002	038003	038004	031038	580009	580012	580013	580014	580015
常数项（a）	0.00021	0.00024	0.0002	0.00059	0.00023	0.00054	0.00041	−0.00044	−0.00075
	(0.1270)	(0.1576)	(0.0971)	(0.2760)	(0.3404)	(0.1712)	(0.3500)	(0.3112)	(0.3804)
AR项	0.49093	0.87011	−0.95098	−0.57184	−0.67579	0.02612	−0.67632	−0.48715	−0.65738
	(0.9058)	(0.9157)	(0.7577)	(0.7547)	(0.7922)	(0.8003)	(0.9293)	(0.9172)	(0.9133)
MA项	−0.4482	−0.90102	0.92862	0.59477	0.72838	−0.05862	0.65247	0.50946	0.68258
	(0.9649)	(0.9134)	(0.9706)	(0.9595)	(0.9572)	(0.9502)	(0.9597)	(0.9340)	(0.9908)
常数项（c）	1.75e−0.5	1.94e−0.5	1.65e−0.5	1.10e−0.5	9.06e−0.7	7.06e−0.6	2.43e−0.5	4.23e−0.5	2.67e−0.5
	(0.0008)	(0.0007)	(0.0010)	(0.0009)	(0.0008)	(0.0006)	(0.0007)	(0.0009)	(0.0008)
ARCH项	0.87539	0.77631	0.77113	0.75452	0.97681	0.92676	0.83458	0.87065	0.85477
	(0.0000)	(0.0001)	(0.0000)	(0.0002)	(0.0004)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0001)	(0.0002)
GARCH项	0.97346	0.00565	0.00722	0.1155	0.02319	0.01724	0.11305	0.18781	0.10923
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)

注：括号中数据为检验概率。

① 本书不列举每只权证的自相关函数图。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

从表 7-3 中可以看出，参数拟合值中，条件方差方程系数均显著，表明收益率序列具有显著的波动集聚性特征。考察将到期的两只认沽权证，其 ARCH 项与 GARCH 项之和分别为 0.78196 和 0.77835，表明前期的波动对将来的影响在逐步减弱。同时，也可以发现其他几只权证的 ARCH 项与 GARCH 项之和接近 1，表明波动的冲击反应持续较长，前期波动性的影响减弱得较缓慢，若出现较大的波动在短期内难以消除。另外，有的权证的 ARCH 项与 GARCH 项之和大于 1，表明回归项可能存在单位根，因此利用 GARCH 的扩展模型——IGARCH 模型对权证建模，并进行估计，参数估计值如表 7-4 所示。

表 7-4 IGARCH 模型参数估计值及检验概率

权证代码 参数	030002	031038	580009	580012	580013	580014	580015
常数项(a)	0.00025	0.00062	0.00021	0.00053	0.00047	-0.00048	-0.00078
	(0.1310)	(0.2800)	(0.3202)	(0.1701)	(0.3502)	(0.3120)	(0.3810)
AR 项	0.49101	-0.57178	-0.67565	0.02620	-0.67633	-0.48720	-0.65659
	(0.9050)	(0.7539)	(0.7940)	(0.8010)	(0.9290)	(0.9280)	(0.9135)
MA 项	-0.4488	0.59469	0.72826	-0.05861	0.65248	0.50956	0.68260
	(0.9649)	(0.9598)	(0.9578)	(0.9498)	(0.9550)	(0.9342)	(0.9910)
常数项(c)	1.50e-0.5	1.02e-0.5	9.01e-0.7	7.15e-0.6	2.38e-0.5	4.00e-0.5	2.12e-0.5
	(0.0009)	(0.0007)	(0.0009)	(0.0007)	(0.0006)	(0.0008)	(0.0008)
ARCH 项	0.875552	0.884546	0.97688	0.92680	0.83462	0.87073	0.85481
	(0.0000)	(0.0001)	(0.0003)	(0.0000)	(0.0001)	(0.0002)	(0.0001)
GARCH 项	0.97348	0.1158	0.02325	0.01728	0.11310	0.18790	0.10930
	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)

从表 7-4 中可以发现，利用 IGARCH 模型估计的参数值和与 GARCH 模型估计的参数数值相差不大，由 IGARCH 模型得到的赤池信息准则值相对较小。另外，通过对模型的残差序列和残差平方序列进行 LB 检验，结果表明残差已经无显著的相关性，则说明所构建的 IGARCH（1，1）模型是适用的。

在 GARCH 模型的参数估计中，ARCH 项与 GARCH 项之和可以度量信息冲击的持续性，通常称为持续性参数。而 ARCH 项度量最近一次冲击对方差的敏感性，也就是刻画了信息被包含在价格里的速度，通常称为敏感性参数。一般情况下，比较高的敏感性水平反映了信息冲击有一个大的即时影响。此外，一个比较高的持续性水平反映了信息是随着时间推移逐步地被包含进价格之内的。相对而

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

言，将要到期的认沽权证的 ARCH 项都比较大，具有较高的敏感性水平，也就说明同样的信息冲击相对于认沽权证有较大的即时影响。而反映认沽权证的持续性参数 ARCH 项与 GARCH 项之和较小。

四、本章小结

本章是针对波动性的研究。首先介绍了波动性的定义，分析了波动性具有尖峰厚尾、聚集性、长期记忆性和溢出效应特征，分析了影响资产波动性的长期和短期影响因素，并对波动性的各种估计模型进行了介绍，指出 GARCH 簇模型可以较好地刻画资产的波动性，接着利用分时高频数据和 GARCH、IGARCH 模型对权证市场的波动性进行实证建模研究，并分析了波动性的非对称效应，结果表明权证市场存在显著的波动集聚性，并且波动的持续效应相比股票市场更长久，但大部分权证不存在明显的杠杆效应，这与股市波动性特征有所不同。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



附录：各只权证 ACD 簇模型参数估计指标

附表 7-1 权证收益序列的自相关性检验

权证名称	滞后阶数	Q-Stat 统计量	临界值	概率值
五粮 YGC1	5	5.0317	8.2141	0.433
	10	11.785	15.486	0.300
	15	19.164	24.541	0.206
	20	35.240	33.682	0.019
	25	43.389	40.175	0.013
华菱 GTP1	5	4.3697	8.2141	0.498
	10	9.3315	15.486	0.501
	15	23.166	24.541	0.081
	30	41.447	45.762	0.080
中集 ZYP1	5	1.1632	8.2141	0.948
	10	20.760	15.486	0.023
	15	35.178	24.541	0.002
阿胶 EJC1	5	5.3055	8.2141	0.380
	10	9.2553	15.486	0.508
	15	17.350	24.541	0.298
	30	39.048	41.736	0.125
伊利 CWB1	5	7.6994	8.2141	0.174
	10	9.7854	15.486	0.460
	15	17.967	24.541	0.264
	30	30.764	34.492	0.379
云化 CWB1	5	4.2291	8.2141	0.517
	10	11.811	15.486	0.323
	15	18.113	24.541	0.057
	30	42.282	39.685	0.032
武钢 CWB1	5	9.0516	8.2141	0.107
	10	17.162	15.486	0.061
	15	22.210	24.541	0.102
	30	44.080	41.291	0.037

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

续表

权证名称	滞后阶数	Q－Stat 统计量	临界值	概率值
深高 CWB1	5	13.203	8.2141	0.022
	10	18.720	15.486	0.044
	15	25.512	24.541	0.041
南航 JTP1	5	11.762	8.2141	0.038
	10	17.058	15.486	0.073
	15	24.443	24.541	0.058
	20	36.673	33.287	0.013

附表 7－2 权证收益平方序列的自相关性检验

权证名称	滞后阶数	Q－Stat 统计量	临界值	概率值
五粮 YGC1	5	203.05	8.2141	0.000
	10	293.43	15.486	0.000
	15	335.73	24.541	0.000
华菱 GTP1	5	134.26	8.2141	0.000
	10	170.14	15.486	0.000
	15	201.89	24.541	0.000
中集 ZYP1	5	250.10	8.2141	0.000
	10	323.07	15.486	0.000
	15	387.47	24.541	0.000
阿胶 EJC1	5	14.986	8.2141	0.000
	10	22.098	15.486	0.000
	15	27.120	24.541	0.000
伊利 CWB1	5	100.44	8.2141	0.000
	10	198.27	15.486	0.000
	15	242.38	24.541	0.000
云化 CWB1	5	137.51	8.2141	0.000
	10	193.16	15.486	0.000
	15	248.37	24.541	0.000
武钢 CWB1	5	42.384	8.2141	0.000
	10	91.122	15.486	0.000
	15	117.29	24.541	0.000

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

续表

权证名称	滞后阶数	Q－Stat 统计量	临界值	概率值
深高 CWB1	5	86.468	8.2141	0.000
	10	120.66	15.486	0.000
	15	131.07	24.541	0.000
南航 JTP1	5	119.67	8.2141	0.000
	10	193.52	15.486	0.000
	15	238.86	24.541	0.000

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第八章　金融衍生品的流动性风险度量

流动性是证券市场的生命力，同时，流动性也是金融市场微观结构的重要特征，本章从流动性的相关概念和流动性风险度量两个方面进行讨论，并基于交易量持续期的流动性作为权证的度量指标，通过实际数据实证研究中国权证市场的流动性。

一、流动性的相关概念

由于市场流动性具有多重性特征，学者们很难给流动性作出一个准确的描述，其定义往往取决于人们所强调的方面而发生了改变。Keynes（1936）首先研究了市场的流动性问题，并把流动性定义为“市场价格未来的波动性”或“即刻执行一笔交易的可能性”。Black（1971）把流动的市场描述为：“买卖报价总是存在，同时价差比较小，小额交易可以被立即执行，且对价格产生较小的影响。”Schwartz（1988）从市场成交的角度描述流动性是以合理价格快速成交的能力。Miler（1988）也从市场的角度指出，评价一个市场的流动性可以通过考察“当前报价和时间下执行交易的能力”。Harris（1990）给出了一个市场具备流动性充足的四个必要条件：一是即时性；二是可忽略的宽度；三是深度足够大；四是高弹性。

尽管对于流动性定义还没有形成统一规范，但是在金融理论中，有一个普遍被接受的定义，即若交易者在其需要的时候能够以较低的交易成本快速地买入或者卖出大量的证券，且对价格产生较小的影响，则认为市场是流动的。从微观层面而言，证券市场的流动性指的是证券迅速变现而不受损失的能力；从宏观层面而言，指的是市场的参与者能够快速地进行证券交易，且不会导致证券价格产生显著波动的市场行态。

目前，流动性的这一定义已被学者们普遍接受，被广泛应用于经济领域中，并且在金融市场得到了推广。在当前的金融理论中，关于资本资产定价、自回归滑动平均、广义自回归条件异方差等多种金融模型的构建均假定资产的满足流动

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



性为前提。另外，从更广泛的层面而言，市场流动性的增加可以有效地促进资源的合理配置，从而保证金融市场的有效运转，促使市场功能更好地体现。

二、流动性和流动性风险的度量

本书把流动性定义为市场的参与者在对价格影响较小的前提下快速进行交易的能力，但由于证券市场并非完全流动，市场的参与者在交易证券时可能面临市场缺乏流动性，从而导致的交易困难或者交易成本的上升，另外，还可能面临无法交易的情况，我们将市场的参与者所面临的流动性的不确定性称为流动性风险。在现代金融理论中，流动性风险主要指市场参与者由于市场缺乏流动性导致的交易成本上升和交易困难，因为只要愿意支付高额的交易成本，无法交易的情形通常可以避免。那么流动性与流动性风险如何度量？以下两节将分别加以阐述。

（一）流动性的度量

流动性度量的指标众多，分类标准也千差万别，无论以何种标准来衡量，流动性都不尽相同。由此发现，影响证券市场流动性的因素比较复杂，进而导致流动性的度量也变得复杂。根据流动性定义，市场的流动性总是可以通过交易价格、成交数量和交易等待时间来完全描述。

1．*市场宽度和深度*

在市场微观结构理论中，市场流动性可以由市场宽度、市场深度和市场弹性三个指标来度量。由于市场弹性度量的是价格偏离均衡价格后向均衡价格回归时调整的速度，属于流动性的动态指标。下面我们主要介绍市场宽度和市场深度这两个流动性的静态指标。

市场的宽度是交易价格偏离市场中间价格的幅度，它是不考虑市场价格绝对水平时交易的成本，基于宽度的流动性构建，通常使用买卖价差来描述，买卖价差及相关指标是在报价驱动机制的设定下提出的，买卖价差越小，说明交易成本越低，流动性越强买卖报价价差越大，说明交易成本越高，流动性越差。依计算方法的不同，主要包括有效价差、报价价差、实现价差等。其计算公式如表 8－1 所示。

在表 8－1 中，报价价差和有效价差是衡量市场宽度的绝对指标，其中报价价差度量了交易双方报价的绝对差异，是衡量流动性的一个基本指标，也是目前应用最广泛的指标。有效价差是做市商报价以后实际成交的买价与卖价之间的差，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表8-1 与买卖价差有关的流动性度量指标

流动性指标	计算公式
报价价差（Quote Spread）	$P_A - P_B$
相对报价价差（Relative Quote Spread）	$\frac{P_A - P_B}{(P_A + P_B)/2}$
有效价差（Effective Spread）	$2 \times \lvert P - (P_A + P_B)/2 \rvert$
相对有效价差（Relative Effective Spread）	$2 \times \lvert P - (P_A + P_B)/2 \rvert / P$
实现价差（Realized Spread）	$\lvert P_{t+\tau} - P_t \rvert$

注：P_A 为卖出报价；P_B 为买入报价；P 为成交价格；τ 为时间间隔。

资料来源：刘海龙．证券市场流动性风险管理．上海交通大学出版社，2006.

它度量了交易价格偏离最优买卖报价的绝对程度。相对价差和相对有效价差是衡量市场宽度的相对指标，其中相对报价价差度量了买卖双方报价的相对差别，而相对有效价差则度量了交易价格偏离最优报价的相对程度。

深度是流动性度量中最核心的指标，市场深度既代表在不影响市场价格的前提下可以完成的最大交易量，也可以指在一给定时间内、一定价格变动幅度内指令簿上所有的指令。在指令驱动机制下，市场深度可以通过某一给定时刻在限价指令簿上的报单量来描述。在做市商市场中，由于报价位上愿意交易的最大数量难以准确地观察，理论上通常采用线性定价模型来估计。在不同深度市场环境中，具有深度大的市场，在目前价格下投资者可以大量买入或抛出股票，且不会导致证券价格大幅度波动，即市场流动性好；具有深度小的市场，投资者在目前价格下可以交易的数量较小，即市场流动性差。在实际应用中，通常采用换手率和交易量作为衡量深度的流动性指标。

换手率是指在一给定时间内市场中转手股票买卖的频率。通常情况下，换手率高，反映市场流通性高，资金进出市场比较容易。在我国证券市场投资实践中，换手率是使用最广泛的流动性指标：一是简单易懂；二是容易计算；三是由新型市场的特征所决定的。新型市场的投资者投资理念不成熟，多数是以投机为目的，换手率通常被用作人气指标，进而被用来度量流动性。但换手率作为度量流动性指标也存在一定的不足：一是高的换手率很可能是由高的投机率所致。换手率没有考虑投机因素。二是若股票价格连续下跌时，通常会高估流动性；反之又会低估流动性。换手率忽略了股价的变化。

交易量指标主要包括成交深度度量指标、成交股数、成交金额、特定时间内的委托量以及在某价位上交易的股票金额。其中，成交量深度指标通常是指在最优买卖价位上成交的数量和成交率。另外，还可利用最优买量和最优卖量的均值

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

来直接度量市场深度。但用交易量来度量深度也有一定的不足：一是忽略了价格变化的影响，而价格变化往往是衡量流动性的主要因素；二是交易量大小与波动性有关，而后者又将妨碍市场的流动性。

2. 基于动态的流动性指标

前面主要考察了度量流动性的静态指标市场宽度和市场深度，但由于证券市场的有效供给和需求只有在动态的交易过程中才能被描述，因此需要构建可以刻画市场流动性动态特征的指标。下面我们介绍市场弹性和市场冲击这两个流动性的动态指标。

市场弹性通常是指由交易引起的价格波动消失的速度，或者说恢复买卖委托之间从不平衡到平衡所需要的时间。该指标给出了市场中有效供给和有效需求信息。弹性指标通过考虑市场的委托单的潜在交易需求，从而能够更好地刻画市场流动性。目前，由于对市场均衡价格的选择还没有统一的规范，弹性指标的构建与应用并不广泛。

市场冲击指标给出了当委托交易发生以后市场价格产生变化、市场吸收交易的能力的信息。另外，该指标也同时给出了当一笔新的委托交易产生以后买卖价差扩大的程度，采用价格变化比率与用正常市场大小标准化的交易量的比率来衡量。正常市场大小通常是指在某一给定时间委托单簿上委托买卖的数量之和。

尽管当前得到的市场冲击信息仅反映了历史的交易数据，但同时也包括因将来交易引起的价格变化的信息，因此，在可以获得的情况下，指令委托单簿上的信息可以作为市场冲击指标来度量市场流动性。

3. 流动性的综合指标

由于流动性具有多重属性，各种单一指标法不能全面地衡量流动性，因此需要一种综合指标能将多种指标结合起来。在量价关系的文献研究中，大多数实证结果都表明交易量与价格变化存在正相关关系。另外，从流动性的视角看，量价相关变化的系数可以作为刻画流动性的指标。在实际的应用中，比较有影响的是将交易量和价格相结合的方法。

（1）Kyle 深度指标。

$$\Delta P_{it} = \frac{1}{k_i} \times V_{it} + \varepsilon_{it} \tag{8-1}$$

其中，ΔP_{it}为第 i 只股票第 t 期相对于第 $t-1$ 期的价格变化率，鉴于逐笔交易数据难以获取，因此交易量采用净交易量来表示，即 V_{it}表示第 i 只股票第 t 期的净交易量：$V_{it} = \dfrac{2\ (B_{it} - S_{it})}{B_{it} + S_{it}}$，其中 B_{it}为买方发起的成交量，S_{it}为卖方发起的成交量。式（8－1）线性回归得到的参数 k_i 的倒数即为 Kyle 深度指标，该指标反映了成交量对价格的冲击。然而该指标的计算依赖一个线性回归方程，这里就

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

隐含一个假设，成交量和价格的变化关系是线性的，不过这种线性在实际中是否成立尚有待证实。

（2）Amivest 流动性比率指标。Dubofsy 和 Groth（1984）提出了普通流动性比率，即 Amivest 流动性比率，该指标也能衡量交易量和价格变化的相关性，该指标指使价格变化一个百分点需要多少交易量。其计算方法如下：

$$L_{con} = \sum_{i=1}^{n} P_{it} V_{it} \Big/ \sum_{i=1}^{n} |\%\Delta P_{it}| \qquad (8-2)$$

其中，L_{con}表示普通流动比率；P_{it}表示 t 日股票 i 的收盘价；V_{it}表示 t 日第 i 只股票的交易量；$\%\Delta P_{it}$表示股票 i 的价格变化的百分比。由式（8-2）可以看出，普通流动性比率越高，则交易量对价格的影响就越小，股票的流动性越好；反之，普通流动性越低，交易量对价格的影响就越大，流动性也就越低。不过，该指标不足之处是没有考虑公司流通股本数量。

（3）Martin 指标。Martin（1975）提出了一个新的流动性衡量指标——Martin指数。该指数假定在交易期间价格变化规律呈现平稳分布，因此可用每日价格变化幅度与每日交易量之比来度量流动性。Martin 指标为：

$$M_t = \sum_{i=1}^{n} \frac{(P_{it} - P_{it-1})^2}{V_{it}}$$

其中，M_t 是 Martin 指数；P_{it}表示 t 日股票 i 的收盘价；V_{it}表示 t 日第 i 只股票的交易量。与普通流动性比率相反，Martin 指数越大，则流动性越弱；反之，Martin 指数越小，则流动性越强。尽管 Martin 指数以价格波动的平方代表价格变化，克服了价格变化正负抵消的缺陷，但容易受到极端价格变化的影响。另外，还有个缺点是流动比率随每日交易情况而变化，若要得到一个稳定的指数需要考虑若干个交易日指数的均值。

（二）流动性风险的度量

由于流动性存在不可预测的变化，因而也就成为证券市场投资收益的一个风险来源，通常把流动性水平偏离预期程度来描述流动性风险。作为投资的风险之一，其形成机制受诸多复杂因素的影响，且还是一种交易风险，难以量化，因此对于流动性风险度量的研究相对较少，没有统一的理论框架体系。近年来，因流动性风险而导致的金融极端事件发生之后，学者们才开始对流动性风险进行系统的量化研究。当前，流动性风险的度量主要是采用风险价值（VaR）方法和自回归条件久期（ACD）方法。

这里主要讨论流动性风险价值（VaR），对于自回归条件久期（ACD）的流动性风险度量方法将在下节详细讨论。

随着计算机提取市场数据能力的提高，流动性风险度量模型也快速地发展起

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

来，其研究大致分为三个阶段：一是在市场风险 VaR 理论体系下的流动性风险；二是独立流动性风险的 VaR 度量；三是内外生流动性风险的 VaR 度量。本书主要介绍内外生流动性风险度量。

考虑内外生流动性风险度量属于综合性流动性风险度量，也是学者们研究的一个主要方向。Yamai 和 Hisata（2000）对内生流动性风险和外生流动性风险作了理论研究，Bangia 等（2001）在 VaR 中引入买卖差价的变动，以此建立考虑外生流动性风险的 VaR。Almgren 和 Chriss（2000）在构造资产变现的边界时提出将内生流动性风险纳入 VaR 中。有突破性的研究是 Pierre Giot 和 Joachim Grammig（2002）在 BDSS 模型基础上，考虑了内部流动性风险，对德国法兰克福市场的流动性风险进行实证研究。

三、流动性的估计模型

在处理金融高频数据的问题中，首要的问题是交易数据在随机时刻发生的不等间隔特性。目前，对于不等间隔的高频数据计量模型是从交易间隔的刻画入手的，Engle 和 Rusell（1997）提出了自回归条件久期模型——ACD 模型，该模型有效地解决了存在不规则时间间隔高频数据问题，目前已被广泛地应用于价格持续期、交易持续期、交易量持续期中。下面就对 ACD 模型及其拓展模型进行系统的分析。

（一）ACD 模型

传统计量经济方法通常假定实验数据有固定的时间间隔，然而利用这种实验数据往往导致分析结果存在较大的不确定性。若固定时间间隔较短，存在部分期间新信息还没有到达现象；若固定期间较长，可能微观市场结构就不明显。尽管可以不考虑交易日内的系统模式，但交易频率仍然含有市场信息，依然存在显著的自相关性。

Engle 和 Russell（1997）根据高频数据的特征提出了刻画交易期间的动态 ACD 模型，Engle 和 Russell（1998）、Engle（2000）进一步完善和发展了 ACD 模型。该模型的基本思想是，高频数据在交易期间特征表现和市场波动的自相关性相类似。由于 ACD 模型与 ARCH 模型都是研究金融市场事件的聚集现象，因而许多关于 ARCH 模型的研究方法与结果几乎可以平行移植到 ACD 模型的研究中。ACD 模型为了能够测量交易之间的时间间隔，首先定义一个点过程，时间为点过程的到达时间，时间间隔是事件从开始到结束前所经过的时间长度。以交

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

易持续期为例，根据事件的变化，可以定义出不同的期间。从目前来看，ACD 模型几乎可以刻画微观金融领域里的所有期间。短短的几年，ACD 簇模型得到广泛的应用。

由于 ACD 簇模型可以充分地利用高频数据的信息进行建模，且实验数据都是非等间隔的随机观测，所以必须考虑一个时间的随机过程来刻画随机时间间隔，以充分利用高频数据的信息。通常情况下，ACD 模型可以采用如下方式进行构建，记 t_i 为一天内第 i 次交易发生的时刻，$y_i = t_i - t_{i-1}$，其值表示第 t_i 和第 t_{i-1}次事件发生相距的时间（久期），可以基于不同的具体事件，来构建不同的持续期。在实际应用中，事件可以定义为价格变动、交易发生以及交易量累积量等，本书把事件定义为交易量持续期。

ACD 模型把久期表示为：

$$y_t = \varphi_t \varepsilon_t \tag{8-3}$$

其中，ε_i 为独立同分布序列，且 $E(\varepsilon_i) = \mu$，持续时间的条件期望是以过去的持续期间作为前提的，那么可用如下方程来表示：

$$\varphi_t = a_0 + \sum_{j=1}^{q} a_t y_{t-j} + \sum_{j=1}^{p} \beta_j \varphi_{t-j}, a_j \geq 0, \beta_j \geq 0 \tag{8-4}$$

模型（8－4）被称为 ACD（p，q）模型，与 GARCH 模型相类似。第 i 个持续期的条件期望由其滞后 q 个的实际持续期，以及滞后 p 个过去条件期望来共同刻画。在实际的使用中，一般采用 ACD（1，1）模型。

随机误差变量 ε_i 服从不同的分布对应着一系列 ACD 簇模型，常见的分布有广义 Gamma 分布、Gamma 分布、Burr 分布、Weibull 分布、指数分布。下面我们将逐一介绍。

1. GGACD 和 GACD 模型

若 ε_i 的密度函数为广义 Gamma 分布，其分布密度函数为：

$$f_{GG}(\varepsilon) = \begin{cases} \dfrac{c^{-\gamma\nu}\gamma\varepsilon^{\gamma\nu-1}}{\Gamma(\nu)}\exp\left[-\left(\dfrac{\varepsilon}{\nu}\right)^{\gamma}\right], \varepsilon > 0 \\ 0, \quad \text{其他} \end{cases} \tag{8-5}$$

其中，$\nu > 0$，$\gamma > 0$，参数 c 为尺度参数，通常在 ACD 模型中 $c = 1$，Γ（·）为一般的伽马函数。此时，式（8－3）～（8－5）称为 GGACD（p，q）模型。

若式（8－5）中的 $\gamma = 1$，可以得到 Gamma 分布：

$$f_G(\varepsilon) = \begin{cases} C_G^{-1}(\nu, c)\varepsilon^{\nu-1}\exp\left(-\dfrac{\varepsilon}{\nu}\right), \varepsilon > 0 \\ 0, \quad \text{其他} \end{cases} \tag{8-6}$$

即 ε_i 服从 Gamma（ν，c），其中，$C_G(\nu, c) = \Gamma(\nu)c^{\nu}$，那么，式（8－3）～（8－6）称为 GACD（p，q）模型。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

2. BACD 模型

若 ε_i 的密度函数服从 Burr 分布，其密度函数为：

$$f_B(\varepsilon)=\begin{cases}\frac{\gamma}{c}\left(\frac{\varepsilon}{c}\right)^{\gamma-1}\left[1+\delta^2\left(-\frac{\varepsilon}{c}\right)^{\gamma}\right]^{-(1+\delta^{-2})}, & \varepsilon>0\\ 0, & 其他\end{cases}\tag{8-7}$$

其中，$\gamma>\delta^2>0$，$c=\mu_1\frac{(\delta^2)^{1+\gamma^{-1}}\Gamma\ (1+\delta^{-2})}{\Gamma\ (1+\gamma^{-1})\ \Gamma\ (\delta^{-2}-\gamma^{-1})}$，$\mu_1>0$ 为 ε_i 的均值，这时，式（8－3）～(8－7）被称为 BACD（p，q）模型。

3. WACD 和 EACD 模型

若 ε_i 的密度函数服从 Weibull 分布，也就是式（8－7）中的 $\nu=1$，广义 Gamma 分布称为 Weibull 分布，其相应的密度函数为：

$$f_W(\varepsilon)=\begin{cases}\frac{\gamma}{c}\left(\frac{\varepsilon}{c}\right)^{\gamma-1}\exp\left[-\left(\frac{\varepsilon}{c}\right)^{\gamma}\right], & \varepsilon>0\\ 0, & 其他\end{cases}\tag{8-8}$$

此时，式（8－3）～(8－8）被称为 WACD（p，q）模型。进一步，若式（8－8）中的 $\gamma=1$，Weibull 分布为指数分布，其密度函数为：

$$f_W(\varepsilon)=\begin{cases}\frac{1}{c}\exp\left(-\frac{\varepsilon}{c}\right), & \varepsilon>0\\ 0, & 其他\end{cases}\tag{8-9}$$

此时，式（8－3）～(8－9）被称为 EACD（p，q）模型。

以上各类 ACD 模型的估计，由于均已知 ε_i 的分布，可以通过最大似然函数求其估计量。对于一个 ACD（p，q）模型，假定有 $i=\max\ (p,\ q)$，$X_N=\ (x_1,\ \cdots,\ x_N)'$，则 ACD（p，q）模型的似然函数为：

$$f(X_N\mid\theta)\ =\ [\prod_{i=i_0+1}^{N}f(x_i\mid F_{i-1,\theta})]\times f(x_{i_0}\mid\theta)$$

其中，$\theta=\ (\alpha_0,\ \alpha_1,\ \cdots,\ \alpha_q,\ \beta_1,\ \beta_2,\ \cdots,\ \beta_p)'$为待估参数向量；$N$ 为样本容量；$f\ (x_{i_0}\mid\theta)$ 为边际密度函数。

（二）ACD 模型的拓展

近年来，随着对 ACD 模型认识的深入，学者们根据投资实践的需要又进一步发展了 ACD 模型，常见的拓展 ACD 模型有三类，即随机变换模型（SCD）、对数变换模型（对数 ACD）及多状态变换模型（门限 ACD）。

1. 随机变换模型

随机变换模型（SCD）由 Bauwens 等（2004）参照随机持续模型提出的。该模型首先假定存在一个产生持续期的随机过程，这个随机过程能够获取金融市场

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

上的随机信息流，通常情况下，这种信息流难以直接观察到。该模型与 ACD 模型相比，SCD 模型是双随机过程，具有两个随机信息：一是针对持续期的，即随机干扰项；二是假定潜在变量是随机的。也就是说，SCD 模型用随机过程替代了 ACD 模型的条件期望持续期。SCD 模型的基本方程如下：

$$d_t = \exp(\varphi_t)\varepsilon_t \tag{8-10}$$

$$\varphi_t = a + \beta\varphi_{t-1} + \mu_t \tag{8-11}$$

其中，exp（φ_t）为潜在随机变量；$|\beta| < 1$，$\delta^2 > 0$ 为约束参数，满足式（8－11）不存在单位根，ε_t 满足独立同分布，μ_t 为随机变量，满足期望为零，方差为 δ^2 的正态分布，并且与 ε_t 独立。式（8－10）和式（8－11）构成了一类简单且常见的 SCD（1，1）模型。

由于 SCD 模型中引入了随机变量 μ_t，且 μ_t 服从正态分布，因此持续期序列 $\{d_t\}$（$t=1, 2, \cdots$）的密度函数和条件分布由残差项 ε_t 分布和 exp（φ_t）的分布共同决定。假定 ε_t 服从独立同分布的指数分布，服从 ACD（1，1）和 SCD（1，1）模型的持续期序列 $\{d_t\}$（$t=1, 2, \cdots$）的对数序列服从 ARMA（1，1）过程。

持续期对数序列在一定的条件下服从自回归移动平均过程，因而可以用 ARMA 模型来估计参数。但在通常情况下，相对于 ACD 模型，SCD 模型的参数估计更复杂，主要是因为 SCD 模型的持续期过程是由不可观测的随机过程决定的，而 ACD 模型的持续期过程是由过去观测值和过去持续期的条件期望决定的。因此导致 SCD 模型的估计就比较困难，一般采取模拟技术来获取。目前常见的 SCD 模型估计方法有广义矩方法、马尔科夫链蒙特卡罗法、伪极大似然法以及蒙特卡罗似然法。

2. 对数变换模型

Bauwens 等（2000）提出了一种对数形式的 ACD 模型，相比 ACD 模型，对数变换（对数 ACD）模型克服了 ACD 模型隐含参数约束的限制，也更加合理，另外，还可以加入其他条件变量来检验市场微观结构效应。Bauwens 等（2003）进一步给出了对数 ACD 模型的矩特征。以 WACD 为例，一般的对数 ACD 模型基本方程如下：

$$y_t = \exp(\varphi_t)\varepsilon_t \tag{8-12}$$

其中，ε_t 满足独立同分布，且服从 Weibull 分布。为方便起见，定义 $\varphi_t = \exp(\varphi_t)$，则得到 WACD（1，1）模型：

$$\varphi_t = a_0 + \alpha\varepsilon_{t-1} + \beta\varphi_{t-1} \tag{8-13}$$

将式（8－12）代入式（8－13）有如下递推表达式：

$$\varphi_t = a_0 + \alpha\frac{y_{t-1}\Gamma(1+1/\gamma)}{e^{\varphi_{t-1}}} + \beta\varphi_{t-1} \tag{8-14}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

模型（8－13）是假设 ε_t 服从 Weibull 分布所得到的，当然也可选择其他分布。模型（8－14）的参数估计可直接选用极大似然法，不过应该考虑到此时的 $\varphi_t=\exp(\varphi_t)$。

3. 多状态变换模型

Zhang 等（2001）在对 ACD 模型研究的基础上，给出了非线性的多状态变换模型（即门限 ACD）。这里 y_t^* 为调整后的持续时间，定义 $R_j=[r_{j-1}, r_j]$，$j=1, 2, \cdots J$，且有 $r_0<r_1<\Lambda<r_j$ 表示门限值，如果门限变量在区间 $[r_{j-1}, r_j]$ 内，那么有：

$$y_t^*=\varphi_t\varepsilon_t \tag{8-15}$$

$$\varphi_t=a_0+\sum_{j=1}^{q}a_iy_{t-j}+\sum_{j=1}^{p}\beta_j\varphi_{t-j} \tag{8-16}$$

其中，ε_t 满足独立同分布，在不同的时间区间上，可以具有不同的分布特征，门限变量 $Z_i=h(y_t^*, \Lambda, y_1^*; M_t, \Lambda, M_1)$，这里 M_t 设定为相关的经济变量组成的向量，式（8－15）和式（8－16）组成的模型称为 TACD（p，q）模型。该模型采用引入门限的方法，对非线性模型进行分段处理。这种采用局部线性化的手段可以反映各个不同阶段的行为。

四、基于中国权证市场的流动性模型实证分析

流动性具有多重属性，即深度、宽度、弹性即时性，它们从不同的角度刻画了流动性某一方面的特征。本书采用交易量持续期作为流动性度量指标，主要有以下三个方面的原因：一是交易量持续期同时考虑了流动性时间和交易量，较好地综合交易量的变化和时间间隔。二是交易量持续期可以直接反映权证流动性的差异，若交易量持续期较短，则说明流动性越好。因此，可以通过比较不同权证交易量持续期，来判断其流动性孰高孰低。三是交易量持续期可以引入交易的买卖方向，进而较容易地构造买入或卖出交易量持续期，同时也可方便设置净交易量来反映交易量持续期的非对称程度。

相对于低频数据，高频数据包含了更多的信息，市场的微观结构及日内效应的信息等，另外高频数据是非等间距的随机观测，那么广泛应用于低频时间序列的 ARCH 簇模型以及 SV 模型将难以刻画高频时间序列数据的特征。因此，本书采用了 ACD 模型来分析权证流动性特征，主要是因为 ACD 模型可以把金融高频时间序列过程转化为一个点过程进行处理，对随机时间间隔进行建模，较好地利用了高频数据的信息。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（一）样本选取与处理

本书将累计成交量达到给定的门限值作为一个标记事件，交易持续期就是两次相邻事件的时间间隔。由于交易量持续期的指标可以刻画市场中投资者的下单情况，因此可以从一定角度表现市场的流动性特征。文中的数据处理采取如下方案：首先除去每个交易日的第一笔集合竞价数据，其次除去数据缺省的交易记录。另外，设定门限值为平均交易量的 20 倍，根据给定的门限值从数据中计算每只权证的交易量持续期。由于交易量持续期存在日内效应，需要对持续期进行日内调整。

本书选取 9 只权证来分析流动性特征，这 9 只权证的相关基本信息参见第七章的表 7－1。包括 6 只认购权证和 3 只认沽权证，样本区间为 2008 年 1 月 5 日到 2 月 29 日的 9 只权证的分时交易数据，每笔交易数据包括交易时间、交易金额、成交量，同时该数据集还包括前 5 笔委卖价、委买价、委卖量、委买量。另外，为了更好地刻画不同权证的流动性，并且要保证不同权证的流动性具有可比性，采用每次的权证平均成交量的 20 倍作为门限值。数据的处理采用 Matlab 工具。

在表 8－2 中，前 4 只权证来自深圳市场，后 5 只权证来自上海市场，从持有期数目的大小可以看出，深市权证的样本数据少于沪市权证的样本数据。相对而言，沪市权证要比深市权证的交易活跃一些，流动性更高一些。从期间数的平均值看，沪市权证平均近 120 秒就能达到设定门限值的水平，而沪市权证平均近 200 秒才能达到，这也说明沪市权证流动性相对更强一些。

表 8－2　样本权证交易量持续期的描述性统计

权证名称	期间数	最大值	最小值	均值	标准差	偏度	峰度
030002	2862	3621	15	197.42	11.04	7.14	128.34
038003	2196	6936	28	195.56	17.26	14.21	305.21
038004	2750	6978	40	198.87	18.03	12.51	231.87
031038	3750	3213	38	192.96	16.97	2.17	9.87
580009	4212	3104	13	121.30	9.95	8.56	206
580012	4438	912	12	120.14	9.64	1.96	9.98
580013	4397	886	15	113.53	9.38	2.76	14.28
580014	4436	1118	11	122.04	10.87	2.64	12.61
580015	4458	3142	12	121.18	12.34	9.23	78.22

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



从表 8－2 中可以看出，样本权证的交易量持续期的标准差都比较大，则表明样本的交易量持续期波动性比较大。同时也发现，3 只认沽权证华菱 GTP1（038003）、五粮 YGP1（038004）和南航 JTP1（580015）的标准差显然大于其他认购权证，可见，相对于认购权证，认沽权证的波动性更大，这和认沽权证可作为做空工具的性质有关。另外，所有样本权证的峰度都大于 3，表明样本权证的交易量持续期分布显著异于正态分布。

许多实证研究表明交易期间数据有类似市场波动的自相关性，即长的交易间隔后往往伴随着长的交易间隔，一次短的时间间隔后往往伴随着短的时间间隔。下面以南航 JTP1（580015）为例，分析权证交易量持续期的自相关性特征。

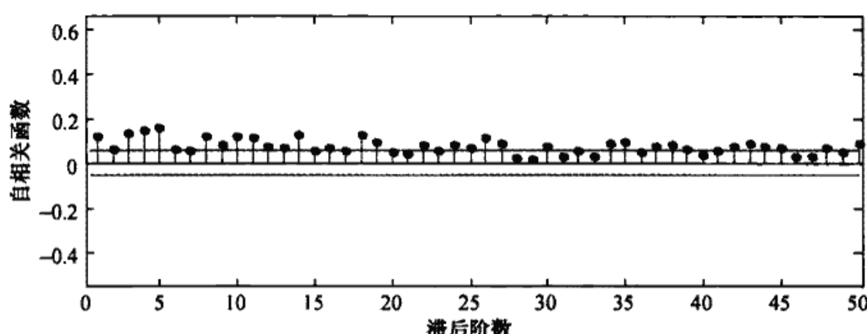


图 8－1 南航 JTP1 交易量持续期自相关函数图

图 8－1 给出了权证交易量持续期序列的自相关函数图。从中可以看出，随着阶数的增加，自相关系数趋于下降，但下降的速度较为缓慢，到 50 阶为止，自相关系数仍然有一定的值。因此，可以推断这只权证的交易量持续期序列在前 50 阶均具有较强的自相关性，用 Ljung－Box 的 Q 统计量检验结果如表 8－3 所示。

表 8－3 交易量持续期序列自相关性检验

滞后阶数	Ljung－Box 统计量 Q 值	临界值（LB 值）	检验概率（P 值）
5	1598.727	13.528	0.003
10	1709.640	18.456	0.017
15	1998.672	29.221	0.000
20	2019.521	33.457	0.000

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

检验的结果也表明，在置信水平为0.05的情况下，权证的交易量持续序列也存在自相关性。表8-3只给出滞后20阶内的情形，在滞后50阶内都有相同的结论。

各只权证的自相关函数图显示①，各只权证在不同滞后阶数上都存在很强的自相关性。而且Ljung-Box统计量Q值也均大，远大于置信水平为0.05时的临界值，拒绝所有自相关系数为零的假设。

（二）日内效应的处理

日内效应是高频数据研究中重要的发现之一。本书主要考察和流动性有关的日内效应。流动性的日内效应揭示了交易活动和价格形态实时的动态变化特征。Mood和Ord（1985）利用每分钟数据发现波动率日内“U”形，即每日内的波动率都是开盘与收盘时高，中间交易时间低。Brock和Kleidon（1992）分别发现了日内效应，并给出了日内“U”形模型的理论解释。Ding和Lau（2001）利用个股交易数据对日内“U”形模式进行实证研究，并发现交易量、买卖价差、交易频率也存在这种模式。Niemeyer和Sandas（1995）利用股票数据，研究表明收益率的波动性呈现“L”形变化模式以及交易量和交易笔数呈现“U”形变化模式。

目前，解释日内效应的理论主要有三类。Brock（1992）认为流动性之所以在开盘和收盘前比较差，主要是因为不同时点交易者的流动性需求弹性不同，而流动性供给者鉴别能力也不同，它们假设流动性需求者在开盘和收盘时对流动性是缺乏弹性的，这使得垄断的流动性供给者在这些时刻可以提高价差或减小报价深度。Chan和Christie（1995）从存货理论的角度出发，认为造成日内模式的主要原因是做市商在平衡持有的证券与期望的最优持有量时造成的，如做市商在收盘时的报价积极性开始减弱，从而导致买卖价差有所增大。Foster（1994）则指出，由于开盘和收盘附近的信息不对称程度较其他点时更大，交易者的逆向选择成本导致了流动性出现降低现象。

本书首先分析各只权证的日内效应，对于各只权证的交易量持续期序列，通过处理，消除日内效应，生成新的交易量持续期情景，再拟合ACD模型。

以五粮YGP1（038004）为例加以说明，其日内效应如图8-2所示。

从图8-2中可以看出，五粮YGP1（038004）的日内效应图具有明显的倒“U”形。每天的早上开盘和下午收盘时，交易最活跃，而中午休息时间较平淡。其他各只权证同样也具有类似的日内效应，本书不再赘述。

---

① 本书不列举每只权证交易量持续期序列的自相关函数图。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

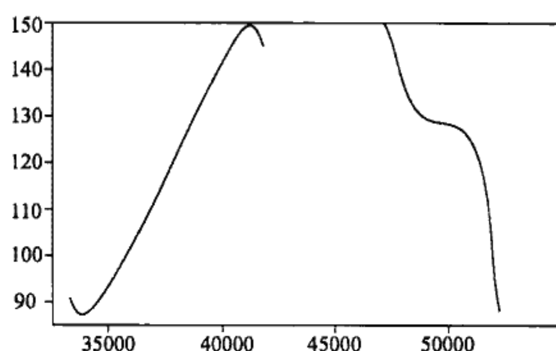


图 8－2 五粮 YGP1（038004）日内效应图

采用 Engle 的方法对交易量持续期进行日内调整，首先设置一个分段样条函数，然后除以每一期间的回归值得到日内调整的交易量持续期，具体可以通过对交易日内进行平均分段来得到样条函数的节点。按这一方法对交易量持续期间处理其日内效应。得到调整后的交易量持续期间，其描述性统计如表 8－4 所示。

表 8－4 调整后样本权证交易量持续期的描述性统计

权证名称	期间数	最大值	最小值	均值	标准差	偏度	峰度
030002	2862	31.21	0.14	1	1.05	9.96	115.28
038003	2196	34.87	0.18	1	1.31	2.87	228.56
038004	2750	38.49	0.15	1	1.34	10.02	259.18
031038	3750	9.36	0.18	1	1.30	8.73	9.87
580009	4212	3104	0.19	1	0.99	9.05	17.85
580012	4438	8.56	0.13	1	0.98	1.78	8.71
580013	4397	10.57	0.13	1	0.97	3.31	12.05
580014	4436	19.65	0.15	1	1.04	2.79	10.76
580015	4458	12.97	0.19	1	1.11	5.15	78.22

从表 8－4 可以看出，调整后各只权证的交易量持续期的均值全为 1，这是由于调整后的交易量期间是一个相对值的缘故。不过，调整后交易量期间的统计特性与调整前没有太多的变化，如峰度均大于 3，表明显著异于正态分布。这也说明处理日内效应并没有消除交易量持续期本身的自相关。进一步，还可以画出调整后的各只权证的交易量持续期的自相关函数图，本书不再一一列举，相对调整前的自相关函数图，调整后的自相关函数图仍然具有类似的特征。因此，处理日

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

内效应不能消除自相关性。

（三）ACD 簇模型的估计

在得到调整后的交易量持续期情景后，可以利用这些持续期的数据来估计前面介绍到的各种 ACD 模型，采用极大似然估计方法，通过 Matlab 编程来实现。

以五粮 YGP1（038004）认沽为例加以说明，ACD 簇模型的估计结果如表 8 - 5 所示。

表 8 - 5　五粮认沽的各模型的系数估计

模型类型	a_0	α	β	γ	λ
GACD	0.0896	0.7584	0.1456	0.1436	85.24
BACD	0.0804	1.1256	0.2567	4.357	0.7588
WACD	0.0069	0.1052	0.8765	1.7862	—
EACD	0.0092	0.1902	0.8032	—	—
SCD	-0.0089	0.9763	—	0.9831	5.0186
LOG - GACD	-0.2576	0.0128	0.9369	0.8514	0.0032

在 ACD 估计模型中，a_0 是常数，α 是上一期交易量期间的系数，β 是上一期交易量期间期望值的系数，γ 是 WACD 模型中 Weibull 分布的参数，λ 是 GACD 模型中 Gamma 分布的参数，对于 SCD 模型，γ 和 λ 表示随机分布的参数。

首先考察各种估计模型的 $\alpha+\beta$ 值，当信息服从指数分布时，$\alpha+\beta$ 为 0.9934，服从 Weibull 分布时为 0.9817，服从伽马分布时为 0.904，服从 Burr 分布时为 1.3823，服从 Log - Gamma 分布为 0.9497，SCD 的 α 值为 0.9763。除了 Burr 分布，$\alpha+\beta$ 值都非常接近 1，说明交易量持续期存在着很强的持续性，这些模型都可以很好地对此做出解释。

本书对各只权证分别采用 GACD 模型、BACD 模型、WACD 模型、EACD 模型、SCD 模型、LOG - GACD 模型进行估计，估计结果见附表 8 - 1 ~ 8 - 6。

从附表 8 - 1 可以发现，GACD 模型的所有估计参数均显著，且所有权证的系数估计值 $\alpha+\beta$ 都小于 1 且非常接近 1，模型估计也很好。并且可以发现所有权证的 γ 估计值都比较大，在 10 左右，而 Weibull 分布实际上是 Gamma 分布 $\gamma=1$ 的特殊情形，这说明 Gamma 分布是比 Weibull 分布更理想的一种分布假设。

从附表 8 - 2 可以发现，对于 BACD 模型，$\alpha+\beta$ 估计值都明显大于 1，并且参数 α 的估计值并不显著，这说明对于权证的交易量期间来说，Burr 分布并不是一个理想的分布假定。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

从附表 8 – 3 可以发现，WACD 模型估计参数显著，并且所有权证的系数估计值 $\alpha+\beta$ 都小于 1 且非常接近 1，模型估计比较好。进一步地，发现 γ 值基本都处于 1.5 和 2.5 之间，显著大于 1，这也证明了指数分布的常数风险假定（$\gamma=1$）是不适合的。系数 γ 的含义是，如果 $\gamma<1$，则模型表现为递减机会函数，即在下一瞬间结束交易量期间的可能性递增，也就是出现长的交易量期间的可能性递减。如果 $\gamma>1$，则模型表现为递增机会函数，即在下一瞬间结束交易量期间的可能性递减，即出现长的交易量期间的可能性递增。因此，可以推断整体交易量期间出现长的交易量期间的可能性是递增的，这也间接证明了整体交易量期间存在强自相关性，也就是说整体流动性存在聚类现象。

从附表 8 – 4 可以发现，在指数 ACD 模型下，模型的估计参数都满足平稳性和持续性的要求，但部分参数并不显著，这是因为当服从指数分布时，它的危机函数为常数，这种简单的假定对于复杂变化的权证交易变动来说，可能过于简单。因此，指数分布并不是理想的假设。

从附表 8 – 5 可以发现，SCD 模型所有估计系数显著，且 β 估计值均十分接近且小于 1，说明 SCD 模型很好地捕捉了交易量持续期的聚集性特征，也是模拟比较好的模型。

从附表 8 – 6 可以发现，非线性模型 LOG – GACD 模型的系数估计显著，$\alpha+\beta$ 估计值都小于 1，且 β 非常接近 0.9，满足平稳性和持续性要求，说明 LOG – GACD 模型是合适的估计模型。

（四）ACD 簇模型的残差检验

为了检验模型是否比较好地捕捉到了交易量持续期的动态性，需要对模型的标准化残差进行诊断检验。对于线性 *ACD* 模型标准化残差的定义形式如下：$\hat{\varepsilon}_i=y_i/\hat{\phi}_i$，对于对数 ACD 模型，标准化残差定义为：$\hat{\varepsilon}_i=y_i/e^{\hat{\phi}_i}$，其中 $\hat{\phi}_i$ 是极大似然估计值。因为残差是模型不能预测的部分，所以如果残差序列是白噪声，则可认为模型对期间自回归结构的描述是成功的。而判断残差序列是白噪声的一个重要统计量就是 LB 统计量，其零假设是序列的所有自相关系数为零，在显著性水平为 5% 时的临界值为 31.41。下面给出各种模型的 LB 统计量及对应的概率值（见表 8 – 6）。

从表 8 – 6 可以发现，通过残差分析角度看，GACD、BACD、EACD、LOG – GACD 和 SCD 模型都是拟合得比较好的模型，它们的自相关检验概率值都显著大于 0.05，LB 统计量都小于临界值，无法拒绝自相关系数都为零的原假设。它说明在这些模型下，模型很好地解释了权证价格持续期内的相互依赖现象，即权证交易持续期的集聚效应。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 8－6　各只权证的 ACD 簇模型标准化残差自相关检验

模型类别 权证名称	GACD	BACD	WACD	EACD	SCD	LOG－GACD
030002	0. 3254 (0. 6809)	3. 2134 (0. 1248)	15. 3526 (0. 0056)	0. 1862 (0. 8562)	(0. 1298)	22. 5725 (4. 20e－05)
038003	0. 9921 (0. 4265)	0. 6534 (0. 4031)	0. 1867 (0. 6023)	0. 1196 (0. 5897)	(0. 0864)	0. 9268 (0. 4561)
038004	0. 7895 (0. 1039)	0. 9536 (0. 2208)	1. 1236 (0. 2608)	1. 8587 (0. 2687)	(0. 0635)	0. 8138 (0. 1946)
031038	0. 3750 (0. 2168)	1. 0864 (0. 8637)	0. 7832 (0. 0025)	0. 0350 (0. 8321)	(0. 5116)	0. 2871 (0. 3146)
580009	0. 4386 (0. 3465)	0. 8813 (0. 5261)	0. 6892 (0. 0021)	0. 9656 (0. 5473)	(0. 6239)	0. 3982 (0. 1334)
580012	0. 5681 (0. 4915)	0. 1576 (0. 8065)	27. 9018 (1. 6e－0. 5)	1. 6721 (0. 2914)	(0. 2217)	0. 1865 (0. 7856)
580013	4. 4397 (0. 0520)	2. 4437 (0. 2581)	22. 3167 (4. 6e－0. 5)	5. 4397 (0. 0529)	(0. 0416)	5. 9375 (0. 0226)
580014	0. 3427 (0. 5029)	0. 3837 (0. 6549)	40. 3624 (2. 6e－15)	2. 1478 (0. 4925)	(0. 2019)	0. 5398 (0. 4874)
580015	0. 1347 (0. 8231)	0. 0087 (0. 9872)	60. 7638 (3. 3e－15)	2. 4458 (0. 2145)	(0. 0184)	6. 7865 (0. 0167)

注：括号上方的数据为 LB 统计量值，括号中数据为对应的检验概率。

当模型服从 Weibull 分布，LOG－Weibull 分布时，模型解释能力并不强，LB 统计量都大于临界值，对应的检验概率值都接近于 0，可以明显拒绝自相关系数都为 0 的原假设，说明模型还没有很好地消除序列的自相关，残差仍存在着自相关现象。

通过以上分析表明，只要选取合适的假设分布，ACD 模型和 SCD 模型都可以很好地模拟我国权证市场的流动性。从模型估计结果可以看出，我国权证市场的交易量持续期存在明显的集聚现象，模型可以很好地对此予以解释。可以根据拟合出的模型对权证的流动性进行预测，这对于投资者有一定的参考意义。

针对各种估计模型的比较，综合考虑模型估计和残差检验，本书认为非线性

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

模型比线性模型有更好的拟合结果。其中，在线性 ACD 簇模型中，Gamma 分布相对比较适宜。同样，LOG－GACD 模型是对数 ACD 模型中拟合得比较好的模型，而 SCD 模型也有非常好的模拟结果。而对于简单的指数分布，从结果看，Weibull 分布和 Burr 分布并不是合适的分布假设。

而本书的模型仍存在一定的问题，主要是残差检验的结果并不稳定，无论是 GACD、LOG－GACD，还是 SCD 模型，总有个别权证的检验 P 值较小，无法通过残差检验。这可能是因为一方面我国不成熟的权证市场导致某些时刻交易数据的偏差；另一方面所采用的标准差残差诊断方法过于简单，不过这可以通过采取别的非参数检验手段予以校正。

五、本章小结

本章首先对流动性的概念和度量方法进行了分析，给出了市场的流动性总是可以通过交易价格、成交数量和交易等待时间来完全刻画。同时也讨论了流动性的风险度量—VaR 方法，给出了 VaR 的各种计算方法。接着在综合比较各种流动性度量方法的基础上，设置了交易量持续期指标，通过该指标来衡量权证的流动性，并且利用实际数据，实证研究中国权证市场的流动性。然后介绍了本书研究所采用的计量分析模型——ACD 簇模型。最后利用分笔高频数据和 ACD 模型对中国权证市场流动性开展实证建模研究。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

附录：各只权证 ACD 簇模型的参数估计

附表 8－1 各只权证的 GACD 模型的参数估计值

权证名称	a_0	α	β	γ	λ
030002	0.0568	0.7216	0.2569	0.7029	13.8712
038003	0.0888	0.6961	0.2498	0.1752	103.5015
038004	—	—	—	—	—
031038	0.0407	0.5577	0.4135	0.7152	8.4879
580009	0.0443	0.6487	0.3215	1.0013	4.4849
580012	0.0495	0.5878	0.3718	0.7970	8.1189
580013	0.0637	0.5658	0.3742	0.7983	11.101
580014	0.0379	0.6066	0.3686	0.8637	5.9813
580015	0.0303	0.5944	0.3879	0.5472	15.7938

附表 8－2 各只权证的 BACD 模型的参数估计值

权证名称	a_0	α	β	γ	λ
030002	0.0868	1.2254	0.3391	3.5267	0.9910
038003	0.1056	1.0197	0.2857	3.4153	0.7634
038004	—	—	—	—	—
031038	0.0867	1.1962	0.4118	3.0744	0.5126
580009	0.1225	2.0300	0.3220	2.9276	0.4300
580012	0.0936	1.2477	0.3752	3.2916	0.5160
580013	0.1103	1.0130	0.3635	3.9859	0.5766
580014	0.0837	1.4578	0.3513	3.0084	0.4913
580015	0.0519	1.1044	0.3887	3.2814	0.5595

附表 8－3 各只权证的 WACD 模型的参数估计值

权证名称	a_0	α	β	γ
030002	0.0783	0.8026	0.1523	1.7397
038003	0.0033	0.1183	0.8822	1.3568
038004	0.1715	0.2894	0.5487	1.1035
031038	0.0347	0.5767	0.4029	1.9088
580009	0.0488	0.5779	0.3737	1.8274
580012	0.0514	0.4550	0.3718	2.3264
580013	0.0616	0.4265	0.3742	2.6687
580014	0.0320	0.4957	0.3686	2.2284
580015	0.0079	0.6212	0.3879	1.9729

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

附表 8-4 各只权证的 EACD 模型的参数估计值

权证名称	a_0	α	β
030002	0.0620	0.6848	0.4251
038003	0.0092	0.1784	0.9704
038004	0.1632	0.3557	0.5167
031038	0.0387	0.5436	0.4294
580009	0.0443	0.6487	0.3215
580012	0.0490	0.5782	0.3812
580013	0.0634	0.5589	0.3810
580014	0.0376	0.5962	0.3782
580015	0.0265	0.5596	0.4257

附表 8-5 各只权证的 SCD 模型的参数估计值

权证名称	a_0	β	γ	δ
030002	-0.0083	0.9236	3.4612	0.0386
038003	-0.0075	0.8653	3.1002	0.0508
038004	-0.0201	0.9328	3.2043	0.0535
031038	-0.0106	0.9321	3.7629	0.0724
580009	-0.0189	0.9133	4.3088	0.1116
580012	-0.0120	0.9176	4.4062	0.0793
580013	0.0078	0.9105	5.1928	0.0581
580014	0.0155	0.9273	4.0943	0.0931
580015	-0.0140	0.9406	4.1839	0.0770

附表 8-6 各只权证的 LOG-GACD 模型的参数估计值

权证名称	a_0	α	β	γ	λ
030002	-0.7303	0.1582	0.8616	0.9054	4.5342
038003	-0.1297	0.0206	0.9489	0.7221	4.0063
038004	—	—	—	—	—
031038	-0.5174	0.0675	0.8997	0.7906	5.3120
580009	-0.6071	0.0755	0.9354	0.8035	5.6150
580012	-0.5639	0.0839	0.9151	0.8903	5.7531
580013	-0.6037	0.0627	0.9102	0.8786	7.7544
580014	-0.5570	0.0702	0.9442	0.8171	5.6930
580015	-0.4925	0.0695	0.9335	0.8365	5.4226

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第九章 基于 GARCH 模型金融衍生品的定价

本书在第八章讨论了权证的波动性，基于权证波动性的特征，文中采用 GARCH 和 IGARCH 模型对权证市场的波动性进行建模，分析了权证波动性的非对称效应，表明权证市场存在显著的波动集聚性。由于权证波动性是权证定价的基础。在对 B-S 定价模型研究的基础上，本章将利用 GARCH 方法来刻画权证的未来波动率，采用蒙特卡罗模拟法对证券市场上的权证进行定价。

一、波动率视角的权证定价问题

2012 年 6 月 8 日，上海证券交易所正式启动个股期权模拟交易 ETF 及个股的期权模拟交易，这是中国资本市场首批个股期权类产品的模拟交易，意味着个股做空、以小博大的时代或将真正到来。然而，以权证为代表的期权交易对象具备天然的高风险属性，同时由于中国证券市场环境和机制还不完善，出现过暴涨、暴跌和“末日论”等事件。针对以前中国权证市场存在的问题，同时也为了权证市场将来更好地发展，本节从波动率的视角，探究权证的定价。

Black 和 Scholes（1973）在诸多条件假设下，给出了应用最广泛的欧式期权的定价公式。从此，有关衍生品定价特别是期权定价公式得到了迅速而广泛的发展，应用的效果也非常不错，学者们为了更适合实际运用，进一步提高应用的效率，纷纷放宽原始的条件假设，推导出诸多有理论和应用价值的期权定价方法，扩展了期权定价方法的模型库。Merton（1976）放宽了波动率固定的原始假设，在波动率具有随机特性情况下，推导出更具有特色的欧式期权定价公式。在国内外有关的文献中，对波动率的研究一直是期权类衍生产品定价的一个研究方向，也是重点研究方向。许多学者已经证明，在固定的历史波动率下的期权定价，由于没有考虑实际市场的波动，往往与实际期权价格有较大的出入，偏差较大，主要是历史波动率与隐含波动率有较大的差异。如何有效准确地描述标的物未来波动率特征，推演其规律性，这将是准确定价期权的一个重要保证。目前，对市场

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

波动率研究有多种方法，不过最普遍的是从以下三个方面进行的：一是波动率是未知的、不可观测的，也是难以获取的，因此，为了能够获得有效的波动率数据，应准确对期权进行定价，研究者们通过对期权历史价格数据进行分析，获得隐含波动率，利用其建立模型来推断未来隐含波动率，进而为期权定价。二是部分研究者直接构建两因素结构模型，假定标的物股票价格满足维纳分布，同时假定其波动率服从某一个特定随机分布，当然，依据不同假设条件的随机波动率模型，推导出的期权定价公式是不同的。三是把波动率假定为确定的，当前值和过去数据有一定的函数关系，具体来说，就是利用 GARCH 类模型对波动率特征进行刻画，主要是时变性特征，将波动率设定为 GARCH 模型有时得不到显性的解析解，有学者从数学的角度推导出欧式期权的近似解。

为了能够对金融数据的波动聚类性特征进行刻画，并进行准确的分析，由 Engle 和 Bollerlev 提出并扩展了自回归条件异方差模型（即 ARCH 和 GARCH 模型），由此出现一系列 GARCH 簇模型，这个模型具有很好的特点，为充分准确描述和预测波动性提供了条件。

国外学者利用 GARCH 模型对金融期权类产品的定价研究得比较多，也比较成熟，Kuwahara 使用 GARCH 和 EGARCH 模型对日本证券市场上的权证交易数据进行分析，并对其权证进行拟合定价，同时与固定波动率条件下的期权定价结果进行对比，分析其定价效率，研究后发现两个模型在推测市场价格上各有所失。国内有不少学者利用 GARCH 模型对期权进行定价，也出现了不少成果。李超杰、何建敏利用 GARCH 模型的连续扩展过程，推广了规范的 B－S 期权定价模型，增加了许多约束条件，主要是考虑存在交易成本情况，同时与 Leland 推广的期权定价模型进行了对比。结果发现，在有交易成本的情况下，GARCH 扩展期权定价模型有更好的优点，相对有较好的定价效率。汪来喜和丁日佳（2008）通过 GARCH 模型估计以股票为标的期权的基础股票收益波动率情况，并利用估计出的收益波动率数值代入传统的 B－S 期权定价公式，以期提高 B－S 期权定价公式的精确度，结果表明，各只股票日收益率平方序列均存在显著的自相关性，因而存在条件异方差性。自相关性检验表明，各只股票日收益率序列不满足独立同分布序列，波动率存在着时变特征。利用 Matlab 中的 Garchset 和 Garchfit 函数拟合的各只股票的参数估计值可以看出，多数股票除了均值方程参数 a、ϕ、θ 之外，方差方程参数 c、α、β 均显著，这也说明多数股票收益率存在显著的波动集聚性。

二、基于 GBM 的权证定价模型构建

传统的 B－S 期权定价公式要求标的资产满足几何布朗运动（GBM），对

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

GBM 分布模型作离散化处理之后，得到如下的方程：

$$dS(t_i)/S(t_i)=\mu dt_i+\delta dW(t_i) \tag{9-1}$$

其中，$S(t_i)$ 表示在 t_i 时刻标的资产的价格，为一维标准维纳分布。这里漂移率 μ 和波动率 δ 都是相互独立的变量，并且不随时间变化而变化。但是众多学者通过实证研究表明，金融市场标的股票收益率序列存在显著的波动聚类性特征，我们在第七章也得到相似的结论，而传统的 B-S 模型是假设波动率固定不变的。一个形式简单且应用广泛的模型是 GARCH（1，1），该模型具有其他模型的主要特征，且拟合效果较好。于是可以建立波动率满足 GARCH（1，1）的 GBM-GARCH 模型。

$$dS(t_i)/S(t_i)=\mu dt_i+\delta(t_i)dW(t_i) \tag{9-2}$$

$$\delta(t_i)^2=a_0+\alpha\delta(t_{i-1})^2+\beta E(t_{i-1})^2$$

$$E(t_i)^2=[R(t_i)dW(t_i)]^2$$

为了方便利用时间序列数据进行参数估计，假设 $dt_i=1$，也就是时间间隔设为 1 天，这样模型就转化为：

$$r_t=\mu+E_t$$

$$\delta_t^2=a_0+\alpha E_{t-1}^2+\beta\delta_{t-1}^2$$

$$e(E_t^2)=\delta_t^2 \tag{9-3}$$

其中，μ、a_0、α、β 是待估计参数。相比之下，GARCH 模型较复杂，GBM 模型简单不少，因为它的漂移率和波动率都是固定的常数，因此模型可以转化为：

$$r_t=\mu+E_t$$

$$E_t\sim\beta N(0,\delta^2) \tag{9-4}$$

有关 GARCH 模型的参数估计，在随机扰动项满足正态分布的情形下，GARCH 模型的对数似然函数为：

$$hL(H)=-\frac{T}{2}\ln(2p)-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}h\delta_t^2-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{(r_t-\mu)}{\delta_t^2} \tag{9-5}$$

其中，表示待估的参数向量 $H=(\mu, X, a, \beta)$。而 GBM 模型的参数估计的似然函数为：

$$hL(H)=-\frac{T}{2}\ln(2p)-\frac{T}{2}\ln\delta^2-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}\frac{(r_t-\mu)}{\delta_t^2} \tag{9-6}$$

此时 $H=(\mu, \delta)$，为几何布朗运动（GBM）待估计参数变量。

在风险中性测度假设的条件下，GBM 和 GARCH 模型分别由式（9-7）和式（9-8）所示。

GBM 模型：

$$dS_t=tS_td_t+\delta S_tdW \tag{9-7}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

GARCH 模型：

$$dS(t_i)/S(t_i) = rdt_i + \delta(t_i)dW(t_i) \tag{9-8}$$

$$\delta(t_i)^2 = a_0 + \alpha\delta(t_{i-1})^2 + \beta E(t_{i-1})^2$$

$$E(t_i)^2 = [\delta(t_i)dW(t_i)]^2$$

其中，r 为无风险利率参数系数，看涨期权到期相关的支付函数可以用 $f(S_i)$ 来表示，那么期权类的期末行权价格可以表示为：$p = e^{-rT}E[f(S_i)]$，其中 T 表示到期的时间间隔期限。

为了达到与参数估计值具有一致性，本书在模拟时，进行了一定的假设设定。也令 $dt_i = 1$，即时间间隔设定为 1 天。R 表示为 1 年期定期存款利率。

三、美式期权定价模型

美式期权在到期前任意一时刻都可以行权，而百慕大期权在到期前的某些特定点可以行权，因此百慕大期权是美式期权的特例。在此，本章首先研究一下美式期权的特征问题，然后重点研究其准确有效的定价。拟采用重要的随机模拟法——蒙特卡罗拟合标的资产的价格运动轨迹，来给美式期权合理定价，首先第一个步骤：要产生若干个标的资产的价格运动轨迹，如对于（S_0，S_1，…，S_i，…，S_N），这里 $S_i = S$（i^*，dt）表示时间间隔长度的大小，$T = N^* dt$ 表示期权到期的行权有效时间的长度，假定无风险利率固定，且为一个固定的数值 r，则期权价格可以通过下式表示：

$$P = E[e^{-iT}f(S_0, S_1, \cdots, S_N)] \tag{9-9}$$

其中，$E[\cdot]$ 表示在风险中性测度条件假设下求期望平均值，$f(\cdot)$ 表示期权的隐性适用函数。整理所有轨迹下的期权价格数值，分析其特点，对其求平均值，这样可以得到所需要的期权价格数据。不过，由于美式期权合约有自己的特点，具体规定按合约要求，这里合约规定允许到期之前的任意时刻可以行权，所以需要对比各个时点上立刻执行的期权价值数值和延时执行的期权价值数值的大小，判断孰大孰小。假定存在一个美式看涨期权，不过这里有一定的限定，在有效间，其标的股票不需要支付红利，这样，在 i 时刻，该美式期权的内在价值可以表示为 $I_i(S_i) = \max\{S_i - X, 0\}$，其中 X 表示行权价格，在这一时刻，继续持有的期权价值可以等于在风险中性测度假设下现金流的折现，当然，当期权的内在价值大于继续持有价值的时候，立刻行权对投资者来说可以获利。假设 $V_i(S_i)$ 表示在 i 时刻的美式期权价值大小，在一定的约束条件下，有如下表达式：

$$V_i(S_i) = \max\{I_i(S_i), E_i[e^{-idt}V_{i+1}(S_{i+1}) | S_i]\} \tag{9-10}$$

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

有许多不同的方法可以处理关于美式期权提前执行的问题，但最常见的方法是有限差分方法和二叉树法，也有学者利用最小二乘原理，使基础函数逼近复杂的隐性支付函数的办法：

$$f(X) \cup \underset{i=k}{\overset{N}{E}} a_k W_k(X) \tag{9-11}$$

其中，W_k，$k=1$，…，N 是基础函数，那么这个难以处理的问题就可以转化为寻找最优的系数集 a_k 的优化问题，通常可以使用二次函数近似逼近隐性支付函数。

$$E_i[e^{-idt}V_{i+1}(S_{i+1})|S_i] \cup (a_1 + a_2 S_i + a_3 S_i^2) \tag{9-12}$$

这里基础函数定义为 W_k $(S_i)_i^{k-1}$，为了便于处理也可选择具有基础解析的特征多项式，而为了达到有效准确的估计系数 a_1，a_2，a_3 值，本书任意选取具有一定特点的某个样本轨迹 S_i，对于式（9－10）左边的值，需要进行给值，这里假设采用相同数据轨迹上的未来值进行赋值。为了便于理解和掌握，从期末开始递推，在最后到期时刻，仅当该期权的市场价值高于行权价格，即此时该期权是实值期权情况下，才可能获利会行权。用 S_j^i 表示第 j 条轨迹下第 i 步的价格，第 j 条轨迹到期时的给付是 max $\{S_N^j - X, 0\}$。现在分析 $N-1$ 时刻，如果此时该期权是实值期权，即有 $S_{N-1}^j > X$，满足这一条件就可以执行期权。为了近似继续持有价值，若在该轨迹下该期权全部是实值期权的话，可以利用线形回归手段，式（9－10）左边采用到期时刻期权价值的折现值。J_{N-1}表示在 $N-1$ 时刻该期权是实值期权的漂移路径。

$$e^{-rdt}\max\{S_N^j - X, 0\} = y^i = a_1 + a_2 S_{N-1}^j + a_3 (S_{N-1}^j)^2 + E^j \tag{9-13}$$

这里在对比 $N-1$ 时刻的期权内在价值数值和继续持有价值数值的大小的时候，没有利用 N 时刻期权的外在可能价值作为继续持有价值，而是采用 $a_1 + a_2 S_{N-1}^j + a_3$ $(S_{N-1}^j)^2$ 为继续持有价值。按这个方式进行递推，直到期权行权的初始点。

四、权证市场定价的实证分析

（一）样本数据的选取和参数估计

中国权证市场上曾经公开交易的权证中，选取的均是看涨百慕大权证。这类期权有一定的特点，规定只有在到期日之前的某个特定日期才可以提前行权，执行日期也有一定的要求，主要是期限要满足证券业的有关要求，大部分是从 5 天延续到 376 天不等。本书使用这些涨百慕大权证进行实证分析，因为这些特点比较好，参考价格数据选定在 2008 年 7 月 20 日权证的中间价格，样本明细如表

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

9-1 所示。每个权证对应一个标的股票，为了准确合理地估计权证的价格变化，先推断这些标的股票价格路径的变化规律。分别假定股票价格分布满足几何布朗运动（GBM）和 GARCH 模型。不过，在 2005 年和 2006 年间，中国证券市场推行了股权分置改革，完善了我国证券市场，定价机制趋于理性回归。与股改前相比，此时标的股票价格的运行规律和波动性有重大差异，为了准确合理地描述标的股票价格运动规律特征，本书选取标的股票在每个交易日的收盘价，均是对应于股权分置改革之后的这些股票。通常权证的行权价格会受到股票的分红影响，需要在定价的时候消除分红的影响，因此进行分析的数据均是复权处理之后的，这样已经把影响降到了最低。最简单的办法就是在模拟期权价格的时候，不考虑标的股票在对应权证持续期间的分红。

表 9-1 样本权证明细表 单位：元

权证名称	起始价	执行价	行权比例	权证市场价格	折算后的价格	剩余期限	执行期
宝钢 CWB1	8.25	12.50	0.5	1.520	3.100	715	6
阿胶 EJC1	21.41	5.50	1.0	16.570	16.580	364	5
赣粤 CWB1	10.06	20.65	1.0	5.520	5.520	588	376
葛洲 CWB1	7.90	9.20	0.5	2.120	4.150	541	7
国电 CWB1	6.18	7.60	1.0	3.023	3.023	672	5
马钢 CWB1	5.36	3.26	1.0	2.663	2.663	133	14
青啤 CWB1	23.84	28.32	0.5	4.967	9.935	458	7
上港 CWB1	4.82	8.42	1.0	2.401	2.401	231	5
深高 CWB1	6.50	13.49	1.0	3.936	3.936	468	7

从标的股票对数收益率的检验看，这里主要检验是否服从标准正态分布，结果如表 9-2 所示，所有标的股票的对数收益率都具有一定的特点，均呈现一定程度的规律性，即尖峰厚尾特征。尽管武钢股份、东阿阿胶和宝钢股份这 3 只股票的对数收益率数据在一定程度上满足正态分布特征（只有极小的一部分满足正态分布），但绝大部分股票收益率数据还是显著异于正态分布的，和 GARCH 模型假设相一致。

对于权证来说，作为度量长期均衡的波动率特征指标，δ 数值具有一定的特点，在各个股票的参数估计中均比较小，且数值相差不大，在与 GBM 条件假设下的参数中固定波动率数值相互比较，结果也是这样。只有少部分参数估计不具有显著特征，大部分参数估计均具有显著特征。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 9－2 对应股票对数收益率的描述性统计

股票名称	最大值	最小值	均值	标准差	偏度	峰度	JB 统计量
宝钢股份	0.09560	－1.10540	0.00138	0.02459	0.24528	5.05224	232.819
东阿阿胶	0.14970	－0.10570	－5.01e－05	0.02855	0.15858	5.55211	345.850
赣粤高速	0.10940	－0.10720	0.00105	0.02501	0.35206	6.97048	850.289
葛洲坝	0.35270	－0.10590	0.00147	0.03073	1.22699	17.27530	10971.100
国电电力	0.13560	－0.10520	0.00135	0.02521	0.37369	5.89781	468.318
马钢股份	0.12700	－0.10510	0.00124	0.02279	0.51325	6.35258	642.846
青岛啤酒	0.09600	－0.10500	0.00099	0.02029	0.15993	6.32911	584.896
上港集团	0.15780	－0.10560	0.00047	0.03099	0.18647	5.21146	263.007
深高速	0.09660	－0.10620	0.00061	0.02618	0.38914	5.23531	292.957

（二）权证点拟合估计和区间估计

由于是不同的模型，GARCH 模型和 GBM 模型在权证模拟定价上肯定存在一定的差别，为了比较它们的定价效率，引入权证定价的一个新概念，即相对误差，相对误差定义为权证模拟价格与权证市场价格的差与权证市场价格的比值，该比值如果越小，说明权证定价越准确。模拟结果如图 9－1 所示，可以发现，相对于 GBM 模型，GARCH 模型的定价误差较小，同时也可知，估计效果比较差的权证通常是虚值权证（见表 9－3 和表 9－4）。

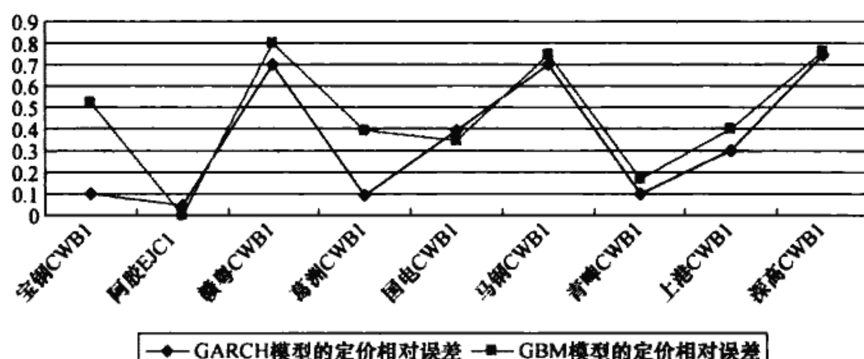


图 9－1 GARCH 和 GBM 的定价相对误差对比

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

表 9－3 GARCH 和 GBM 模型下的标的股票参数估计值

GARCH 模型参数			GBM 模型参数			
股票名称	Mu	Omega	Alpha	Beta	Mu	Sigma
宝钢股份	0.001411	1.65e－005	0.9603	0.02945	0.0004	0.0291
东阿阿胶	0.000289	3.07e－004	0.7084	0.04812	0.0022	0.0500
赣粤高速	0.000569	8.84e－006	1.0094	0.02106	0.0010	0.0304
葛洲坝	0.001875	1.34e－005	0.9123	0.08123	0.0021	0.0394
国电电力	0.003403	6.53e－005	0.8425	0.11241	0.0020	0.0356
马钢股份	0.001767	1.66e－005	0.9042	0.09025	0.0018	0.0387
青岛啤酒	0.001935	1.09e－004	0.9006	0.02765	0.0014	0.0361
上港集团	0.001113	2.45e－004	0.7056	0.10859	6.62e－004	0.0458
深高速	0.002554	1.28e－005	0.9753	0.03624	0.0024	0.0451

表 9－4 权证在 GARCH 和 GBM 模型下的拟合价格

权证名称	折算后的价格	GMB 期权价	标准差	GARCH 期权价	标准差	拟合次数	正态与否
宝钢 CWB1	3.1	1.6424	5.6698	2.6185	6.5617	200	Y
阿胶 EJC1	16.58	16.6124	25.7506	17.685	18.065	200	Y
赣粤 CWB1	5.52	1.4123	3.8475	1.3905	5.6121	200	N
葛洲 CWB1	4.15	2.7542	7.4507	3.7090	10.3275	200	N
国电 CWB1	3.023	1.9362	5.9825	1.8735	5.2675	300	Y
马钢 CWB1	2.663	2.2551	2.3121	2.5102	3.43002	400	Y
青啤 CWB1	9.935	6.0425	16.4231	7.2365	20.3045	300	Y
上港 CWB1	2.401	0.3045	1.3042	0.4232	1.5036	800	N
深高 CWB1	3.936	0.5878	2.7036	0.9575	5.0021	300	N

由于使用蒙特卡罗模拟是随机模拟方法，该方法优点明显，通常获取的期权价格序列数据是对一系列随机价格数据求平均值而获得的，这些价格在实际分析中往往没有多少意义，仅仅能起到参照的作用。当然，能够通过区间估计确定获取期权价格的波动范围，或者能够确定大致的范围，也有很大用处，无数投资实践表明，期权价格范围的确定，对投资者和监管者都有很大的作用。由于蒙特卡罗模拟法本身的特点，该方法模拟的每条路径得到的期权价格均满足独立同分布的假设要求，通过无限多次模拟分析获得数据，截取一段相对最好的作为样本数据，这些样本数据可以近似为从总体中抽取的样本，那么有关总体均值的区间估计公式可以用下式表示：

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

$$P\{\overline{C}-t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}[C|\overline{C}+t_{1-\frac{\alpha}{2}}\frac{s}{\sqrt{n}}]\}=1-\alpha \quad (9-14)$$

其中，$\overline{C}$ 使用蒙特卡罗模拟出的期权价格的样本平均值的大小数据；C 表示期权价格数据大小；α 表示置信水平的大小。实际期权有一定的规定，其价格不可能为负数，否则无意义，因此下限设定为0。图9－2 给出各权证 GARCH 模型的区间拟合估计。

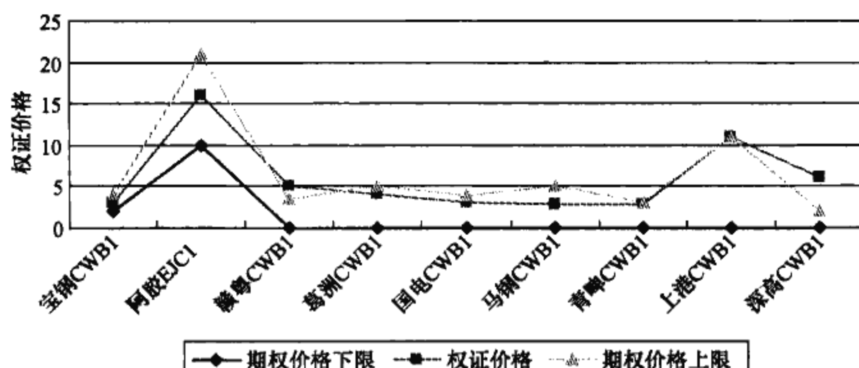


图9－2　权证价格 GARCH 模型拟合的区间估计

从图9－2 中可以明显看出，大部分权证的市场价格数据都落在95%的置信区间内，少部分权证没有落在给定区间内，如赣粤 CWB1、上港 CWB1、深高 CWB1 的市场价格数据均落在95%的置信区间之外（见表9－5）。

表9－5　GARCH 模型下拟合定价的区间估计

权证名称	权证市场价格	GARCH 期权价	标准差	拟合次数	期权价格上限	期权价格下限
宝钢 CWB1	3.100	2.6185	5.6698	200	3.6234	1.5318
阿胶 EJC1	16.580	17.6850	25.7506	200	21.0470	9.3475
赣粤 CWB1	5.520	1.3905	3.8475	200	2.9857	0
葛洲 CWB1	4.150	3.7090	7.4507	200	5.3241	0
国电 CWB1	3.023	1.8735	5.9825	300	2.5874	0
马钢 CWB1	2.663	2.5102	2.3121	400	2.7616	0
青啤 CWB1	9.935	7.2365	16.4231	300	9.3782	0
上港 CWB1	2.401	0.4232	1.3042	800	0.4637	0
深高 CWB1	3.936	0.9575	2.7036	300	1.3932	0

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（三）权证定价误差分析

权证并非一般或是简单的期权，通过合约备兑的权证也与真正的期权相差很大，主要是因为中国证券市场还不完善，没有合适的完全买空机制，在中国，有关监管机构对发行权证有严格的要求，如资产规模、公司治理、风险控制等，不但对标的证券有较严格的限定，要求流动性好等，而且对发行人提出苛刻的要求，要求有保证人，还要是有实力的大企业，提供履约担保。当然，所有的这些限制要求没有挡住投机，也就是没有完全阻止投资者进行激进投资，于是建立大规模的权证空头头寸，这种投资就是所谓的投机，这时候建立大规模的权证空头头寸的成本相对较大，需要投资者实时比较价格变化，也只有在套利远大于成本的情形下才会建立空头头寸，投资头寸才可能倒手，当标的股票的价格越低时，投资者预期到未来赚取的利润也就越多，投资者建立大规模的权证空头头寸进行套利的可能性也就越大，投资者普遍的预期使市场上的权证价格数据回归市场理性的可能性越大，多空双方趋于平衡。当标的股票的收益率越低，对应权证的定价误差就越小。由于中国权证市场环境和机制还不完善，市场上投机现象一直存在，当市场整体表现比较疲软时，投资者往往更愿意投资那些衍生品种，其实这些衍生产品已经完全脱离实体经济，没有支撑，泡沫严重，且流动性较大，风险也比较大，而市场上的权证基本上满足这样的特性。可以设想，当证券市场整体表现较差，或者市场疲软时，投资活跃程度加大，投资者更乐意投资权证产品，供需严重失衡，从而推动权证实际价格严重脱离理论价格体系，使这类定价误差急剧增加，定价效率明显降低。本书利用上证综合指数作为参考指标，此指标有一定的优越性，以此为标的来衡量金融市场整体表现情况。以上港集团股票为标的，对其所对应的权证定价误差进行实证分析，判断其结果。

首先对权证的各个指标进行平稳性的相关检验，检验结果如表 9－6 所示，显然可以看到，在 95% 的显著水平下各个指标变量均不平稳，经过处理，一阶差分满足平稳性条件。

表 9－6　变量平稳性检验

变量	GBM 下定价误差对数	GARCH 下定价误差对数	上港股票价格对数	上证综指对数
ADF	－2.856 (0.08)	－1.961 (0.5431)	－1.602 (0.6201)	－0.864 (0.846)
差分 ADF	－3.647 ** (0.0232)	－3.728 ** (0.0327)	－3.548 ** (0.0218)	－4.361 *** (0.0037)

注：** 表示显著水平为 5%，*** 表示显著水平为 1%。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

对回归模型的残差进行平稳性检验，结果如表 9 -7 所示。

表 9 -7 残差平稳性检验

变量	上港股票残差（GBM 模型）	上港股票残差（GARCH 模型）	上证综指残差（GBM 模型）	上证综指残差（GARCH 模型）
ADF	1.5063 (0.0232)	-3.8635*** (0.0327)	-4.7568** (0.0218)	-3.258*** (0.0037)

注：*** 表示显著水平为 1%。

从表 9 -7 可以看出，权证的定价误差与上港股票残差对数存在一定的负相关关系，否定了理性假设，与上证综合指数参数的对数存在反向的长期稳定关系，也就是反向协整关系，投机行为原假设成立。尽管两个模型的定价误差都能得到有效的解释，但从实证的数据看，相对于 GBM、GARCH 条件下的定价误差更具有解释力，其定价效率最高。

以上使用蒙特卡罗模拟方法在 GBM 和 GARCH 模型条件下，对中国权证产品进行分析定价，并判断定价是否合理准确，同时对定价效率进行分析，可以明显发现，在权证的点估计上 GARCH 模型有一定优点，其定价效率明显优于 GBM 假设下的定价效率，这和 GARCH 模型的特点有重大关系，即使是在历史数据明显呈现 GBM 特征的情况下，使用 GARCH 模型进行定价可以完善 GBM 定价模型，其相对效率还是优于 GBM 模型的，因为 GARCH 模型是专门描述方差的时变特征的，这说明标的股票收益率不可能呈现长期的正态分布，只能出现短期正态分布。这与实际情况没有差别，完全相符。在为中国权证定价时，要充分考虑历史波动，尽量使用 GARCH 类相关模型。在区间估计上，在 95% 的置信区间内几乎包括了所有样本权证的市场价，大部分落在区间内，不过也有一些权证的市场价格数据波动范围过大，显著超过 95% 置信区间的上界，风险较大，这对于那些使用区间参数来进行风险管理的市场参与者来说，存在一定的风险。通过对 GBM 和 GARCH 模型的定价误差进行分析，同时也发现，由于中国权证市场制度缺失明显，没有实质买空机制，市场制度有待完善，使无风险套利难以实现，市场充满了投机，投资者更乐意投机，又进一步加深了市场投机氛围，这是中国权证的市场价格数据存在泡沫、明显高估的主要原因。

五、本章小结

本章分别运用 GARCH 模型和 GBM 模型对中国证券市场上的股票价格进行

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

参数估计，并使用最小二乘蒙特卡罗模拟方法对我国具有百慕大性质的权证进行蒙特卡罗模拟定价，研究发现，GARCH 模型的定价效率明显优于 GBM 假设下的定价。定价误差的对数与上证综合指数的对数之间存在显著的长期稳定关系，由于中国市场上的权证没有实质卖空机制，使无风险套利很难实现，市场投机气氛浓厚，供需严重失衡，中国权证的市场价格被严重的高估。实证结果表明 GARCH 条件下的定价误差更加具有解释力。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第十章　权证市场微观风险应对策略

在前面的两章中，本书利用权证的高频数据，分别从权证的波动性、权证的定价和权证流动性三个方面对权证市场的微观特征进行实证分析。指出权证作为金融衍生品有着独特的风险特性，那么监管者和投资者面对权证这些风险特征如何实现有效的风险管理，下面分别从权证的波动性风险、权证的定价和权证的流动性风险三个方面加以阐述。

一、权证市场波动性风险应对

在对权证的波动性分析中，本书采用权证的对数收益数据，利用多元GARCH方法建立了波动性模型。分析发现，权证的数据序列和大多数股票收益率数据序列一样不满足正态分布，呈现出明显的尖峰厚尾特性和较强的自相关特性，这和股票市场数据的特征相类似。同时也可以发现，权证的这种特征随着时间、类别等因素会不停地改变，往往随着权证的类别不同、到期期限的长短、不同市场的特征区别而存在差异。因此在该市场环境下，投资者对权证的投资呈现较强的趋同性，并且容易放大对盈利和损失的感觉程度。

面对具有这样统计特征的权证市场环境，合理的做法是，建设一个健康合理的权证交易市场，从竞价交易制度中引入做市商交易机制。如选择一些具有较高的风险管理水平、公司治理规范合理以及金融创新能力较强的金融机构进行相关的权证衍生品的创设，提高发行人资格的门槛，培育发行人的风险意识，以保证和提高发行人防范市场风险的能力。

在利用多元GARCH模型对各只权证拟合的结果看，绝大部分权证的ARCH系数和GARCH系数之和近似等于1，这表明权证波动的冲击持续时间较长。同时，也可以看出权证的波动性具有显著的聚集性，相对于标的股票，权证的聚集效应持续的时间更长，不过即将到期的权证的波动持续性会明显减弱，在最后行权的一两天时间内，由于投机严重，可能出现末日论现象。为了降低权证市场的剧烈波动性，规范市场，降低投资者的投资风险，结合目前国内权证市场发展情

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

况，合理的做法是，在权证市场开始的发展初期，选择满足条件的券商，利用相应的标的物创设权证。当然，这些权证创设的标的物，要满足监管部门设定的最低要求，以降低标的物组合的波动聚集性，进而实现稳定权证市场波动性的目的。

另外，研究还发现，一部分权证存在一定的不对称性，相对于利好信息，不利的信息对权证的波动性冲击要大，而另一部分权证不具有明显的不对称性。对于投资者要规避这种风险，适合的策略是，根据不同权证是否具有明显的信息不对称，对不对称的原因进行分析，采取不同的交易策略。针对那些具有正向放大效应的权证产品，合理的做法是应制定有效的强制平仓规则，要求交易者在交易中严格执行，不过这很容易受到投资者主观因素的影响，最好有相应的自动机制来实现，人为操作往往受主观因素的影响，以此来规避投资者在不利于市场的恐慌信息出现时，权证价格加速下跌，偏离实际价值的支撑。

在中国的股票市场和权证市场之间也存在信息不对称性，不少学者进行了大量的研究，主要体现在交易量波动溢出效应的不对称性。具体就是股票市场波动对权证市场波动的影响要比权证市场波动对股票市场波动的影响显著。出现这种波动的溢出效应的不对称性原因，主要是中国证券市场的交易制度，权证市场采用“T+0”交易制度，股票市场采用“T+1”交易制度。对来自基础市场波动，投资者在权证市场可以迅速而有效地改变投资策略和调整持仓量。面对基础市场和权证市场这样的波动关系，作为投资者，必须努力学习，积累投资经验，理性投资，提高投资素质，以规避相应的风险。

二、权证定价风险应对

在第六章中，我们分别用 GARCH 方法和 GBM 方法来刻画基础资产价格分布规律，接着，使用最小二乘蒙特卡罗模拟方法对我国具有百慕大性质的权证进行蒙特卡罗模拟定价，研究结果发现，GARCH 模型的定价效果明显优于 GBM 假设下的定价。这是因为 GBM 假设下的权证定价是建立在完全有效的市场基础上的，而我国的基础资产市场并非完全有效，通常是弱势有效。

另外，中国的基础资产市场缺乏有效卖空机制，尽管现在已经推出了股指期货，但是门槛相对较高，普通投资者难以进人。而做空机制是成熟市场的显著标志之一，它的套利特性可以有效地促进市场纠正错误定价。由于中国股票市场缺乏有效的做空机制，市场的走向通常是单边的多头或者是空头，进而导致市场的波动幅度会增大，错误的定价不能靠市场的力量来自行调节，往往需要借助政府

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

政策进行纠正，传统的权证定价方法，采用了无套利均衡原理，缺乏做空机制，容易出现较大的定价误差。

权证波动性研究是权证定价的基础，在第七章中，我们分析了权证波动性的有关特征，不同的波动率计算方法对不同权证种类定价影响是不同的。对认购权证来说，其隐含波动率是由市场价格确定的，是市场价格的确切反映，市场价格不仅反映了历史信息，还反映了市场对基础资产价格的预期，同时，也反映了市场对基础资产的价格波动率的真实看法，相比之下，用历史波动率计算的权证价格的效率要低于用隐含波动率计算的权证价格。不过，对认沽权证来说，如果隐含波动率较高，投资者对其基础资产未来的价格预期就会下降，这与市场的理性预期相矛盾。如果投资者对标的资产的预期与市场理性预期相一致，相比于历史波动率，使用隐含波动率计算的定价误差要小得多，这也说明，在对认沽权证定价中，预期是非理性的，同时也意味着，投资者在认沽权证的交易买卖中，投机心理是占市场主流的。

权证创设机制是中国证券市场独有的制度。创设的目的是通过让符合规定的券商，根据市场的实时情况，动态调整权证的供给，维护权证市场秩序。券商通过增发来增加供给，压低价格；当权证价格偏离均衡值较大时，券商可以通过注销获利，客观上减少了供给，抬高权证的价格。从理论上分析，权证的创设机制不仅具有卖空功能也具有套利功能，相对较好的权证价在其理论价值上下波动。但权证的创设对权证的定价效率有一定影响。国内的黄宇红（2007）对此作了深入研究，他将权证分为创设组和非创设组，发现这两组的平均溢价率偏差和平均日益率波动率相差不大，说明它们的定价效率没有明显差异。具体来看，对于认购权证，创设组的定价效率要高于未创设组；而对于认沽权证，未创设组定价效率高于创设组。也就是说，权证创设机制提高了认购权证的定价效率，但同时，却降低了认沽权证的定价效率。这说明，市场上存在着对认沽权证严重炒作的行为。

从权证发行者的视角看，为了规避权证的定价风险，通过 B－S 理论连续避险操作，交易成本太大，只有采用对冲操作进行风险转移。常用的策略有三种：一是固定时点策略，发行人利用 B－S 计算 Delta 值，按照固定的时间间隔，对避险头寸进行合理调整。该方法通过固定离散的时间段来限制交易次数的多少和交易成本的大小。时间间隔的不同导致不同的权证价格。避险时间间隔的 n 的选取没有统一的标准，通常时间间隔越小，交易成本也越小，避险误差的方差就会越大。随着时间间隔的增大或者时间的推移，避险误差的方差逐渐变小，不过交易成本就会增加。二是 Delta 区间避险策略，在时点 t 风险规避者买入 Delta 股票，然后风险规避者实时监控避险比例和最优避险头寸之间的差值，直到到期时刻，

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

当它们的差值大于给定风险容忍度时，通过调整股票头寸使避险比率达到最优风险头寸。其实，关于 Delta 的避险策略逻辑是只有当基础资产的价格 Delta 值明显改变时，需要重新避险措施；变化不显著时，无须避险措施，因为此时避险所带来的收益小于交易的成本。三是避险带避险，这种策略是以效用函数为基础的最优避险策略。由于市场上投资者风险承受水平存在差异，避险策略受到个体偏好的影响。Hodges 和 Neuberger（1989）利用指数函数来推导一个非交易区，在这个区间内不调整头寸。若 Delta 值不在这个区间，那么发行人调整股票头寸使 Delta 值取到最近的边界，但数值计算比较复杂。其实该方法也叫 Delta 固定避险带避险策略。在实际运用中，究竟使用哪一种策略适合中国权证市场，唐勇（2008）的研究发现，在中国 Delta 固定避险带避险策略的避险效果好，同时也发现，交易成本的结构类型（比例交易成本或固定交易成本）、基础资产的波动类型对各类避险策略的避险效果有重要的影响。

从中国权证的监管制度和避险策略的选择来分析，市场的监管对权证的避险要求越规范严格，权证发行人的避险成本相对就会越高，对应的权证价格也就越高。目前，中国市场充满投机氛围的环境，交易者双方都力求投资的情况下，倾向对权证发行人严格监管，因此可供选择的避险工具也十分有限。

三、权证市场流动性风险应对

对权证流动性是否准确的刻画，关系到权证投资策略的准确制定、监管政策的制定和有效执行。本书在第八章对权证流动性进行了全面的阐述，首先分析了涨跌幅限制、“T+1”制度以及投资者行为对权证市场流动性的影响；其次从深度、宽度和弹性三个方面来分析流动性的各类度量指标，在系统对比分析的基础上，给出能够准确度量中国权证市场的流动性指标，即交易量期间；最后，利用 ACD 相关模型，在构造交易量期间、删除日内模式的基础上，展开实证分析。实证结果表明，ACD 相关模型可以较好地模拟中国权证市场的流动性，同时也发现，交易量期间有明显的持续性特征，绝大部分权证均存在聚集效应。

在对权证流动性日内模式的研究中，我们发现，中国权证市场流动性日内模式呈现倒 U 形分布特征，大多数衍生品的流动性均具有这种分布特征。在通常情况下，权证具有 L 形日内分布特征，当然这是在市场平稳的条件下才可能出现。权证具有的这一特征可以充分说明，市场上的权证在开盘和收盘阶段，所具有的流动性是非常高的，但收盘阶段波动性要比开盘小得多。针对这一特征，在开盘阶段，激进的投资者可以进行权证投资，赚取最大利润。在收盘阶段更适合稳健

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

保守的投资者。不过，在权证即将到期时刻，如最后的两三个交易日，收盘阶段权证的价格也会出现较大的波动，即“末日轮”效应。主要原因是，权证的行权价大大高于标的股价，权证的价值已经不存在，投机者一般在行权起始日前某个时间内突然放量拉高，引来大量的跟风操作，然后在高位振荡，逐步派发，在临近行权日时，又大幅杀跌。这也是中国权证市场不健康的具体体现，理性投资者应注意防范风险，主动规避这一情况。

目前，在中国证券市场没有权证在市上交易，作为金融衍生品，在国外早已广泛地存在。这也说明中国证券市场还不完善，不久的将来，在中国证券市场上权证产品一定会大量存在。因此，要求政策的制定者或市场的监管者，应对权证采用正确的市场定价，采取有效的措施监控市场流动性和波动性，合理设置相应的流动性限制机制。如调整临时价格波动区间，对那些短期价格波动过大的权证，采用临时停牌策略，对那些即将到期，实际价值违背理论价格的权证，通过限制其交易，以达到降低投机炒作的风险。因此，政府监管层和投资者必须提高风险控制意识，特别是投资者本身要加强自身约束，确保权证流动性服从合乎市场变化规律的分布，促使权证市场健康发展，这也是中国权证市场发展的目标。

另外，在实证中我们还发现，权证的波动性和流动性均存在聚集效应，且权证的累积交易量的大小和权证的平均价格数据对权证交易量持续期并没有显著的影响。因此，从投资者的角度看，若市场呈现较强波动的同时，又具有较大流动性，这时候通常是进行套利交易的有利时机，当然此时进入的投资者，通常是对市场定价有控制力的机构投资者，普通投资者为了规避可能的损失，应避开高流动性和高波动性并存的市场时刻，若此时不幸进入市场，也应果断地采取合理的避险操作。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

第十一章　结论与展望

本章主要总结本书的研究结论以及实践应用价值，客观分析存在的研究缺陷，展望进一步的研究方向。

一、本书主要研究内容与结果

金融市场风险控制的一个有效方法是利用分散化原理构造投资组合来降低投资风险，投资组合选择和长期投资组合管理也是当今金融研究的热点和难点，因而备受学者们的关注。本书对投资组合风险测度指标的选取问题、投资组合选择中的静态问题和动态问题，以及金融衍生品的风险管理问题进行深入的研究。主要的研究内容和结果包括以下几个部分：

（一）一致性风险测度理论和随机占优理论下的投资组合风险测度指标的选取问题

书中讨论了方差（半方差）、下偏矩、MAD、VaR、CVaR 等风险测度指标，面对如此众多的风险测度方法如何进行选择，一致性风险测度理论对此问题给出了一个指导。即满足正齐性、单调性、次可加性、平移不变性 4 条公理的任何一个风险指标都可以称为一致性的风险度量。一致性风险测度方法的优点在于它与分散化策略可以合理地分散和降低风险相一致。且风险指标函数是凸函数，易于设计和应用有关最优化的方法和技术进行投资组合的最优选择。不过，一致性风险测度理论也存在一定的不足，如正齐次性忽略了头寸的流动性风险等问题。Follmer 和 Schied（2002）给出了凸风险测度理论，该理论用比较弱的凸性公理代替一致性风险测度理论中的次可加性和正齐次性，因此仍属于一致性风险理论。Acerbi（2004）进一步扩展了一致性风险测度理论，提出了谱风险测度理论。该理论将风险管理者的主观风险偏好纳入到风险测度的定义中来，可以很好地描述收益的尾部风险。由于一致性风险测度理论不能将风险测度和不确定情形下投资决策行为很好地联系起来，因而引入随机占优理论。对风险测度指标

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

的考察也可以在随机占优理论下进行，一阶随机占优只要求投资者效用函数递增，不考虑风险特征，适用于所有投资者。二阶随机占优假定效用函数的二次导数为负，它是风险厌恶型投资者的有效性准则。在特定情形下，也可以考虑高阶以上的随机占优，不过在经济领域中，常用的还是一阶随机占优（FSD）和二阶随机占优（SSD），就是要求风险测度指标与一阶、二阶随机占优相一致。

方差（标准差）、下偏矩、MAD、VaR 均不能完全满足一致性风险测度理论 4 条公理，因而不是一致风险测度。特别地，在收益满足椭圆分布的假定下，VaR 是一致性风险测度。而 CVaR 在任何情况下都是一致性风险测度。在谱风险测度理论下，CVaR 相对地优于 VaR，不过只有投资者呈风险中性时，CVaR 才是优良的风险测度指标，因为通常情况下投资者是风险厌恶的。在随机占优理论下，方差（标准差）、下偏距、MAD 等风险测度均不与二阶随机占优相一致，VaR 在特定条件下才与二阶随机占优相一致。而 CVaR 在任意情况下都与二阶随机占优相一致。因此在随机占优理论下 CVaR 也是优于 VaR 的。

（二）均值风险占优原则下投资组合模型的选择问题

本书分析了均值风险占优理论，指出均值风险占优原则可以广泛地应用于投资实践中。在收益—风险平衡的基本思想指导下，进一步讨论了投资组合模型构建问题，指出基于 CVaR 的模型具有理论性质好、易于处理的特征。因此 CVaR 模型与均值方差模型、MAD 模型、LPM 模型、VaR 模型相比更具优势。

（三）凹交易费用的均值 – CVaR 投资组合选择问题

本书讨论了基于 CVaR 的投资组合选择基本模型，并根据实际交易数据以及边际交易费用递减规律，提出用凹函数作为交易费用函数的估计，由此得到了投资组合净收益。书中建立了考虑凹交易费用的最大化净收益的 CVaR 模型。这是一个可分离凹规划模型，对于这一模型的求解，根据它的特点采用了分支定界算法。由于模型的处理需要收益率情景，我们分析了历史模拟法、蒙特卡罗模拟法等方法的局限性，给出了滤波历史模拟法，该方法可以生成满足独立同分布的收益率序列。同时利用滤波历史模拟法产生的收益率情景来构造投资组合，比较了不存在交易费用的投资有效边缘与存在凹交易费用的投资有效边缘，以及 M – VaR 与 M – CVaR 有效边缘之间的差异，讨论了不同置信水平对有效边缘的影响，给出了基于历史模拟法和滤波历史模拟法的最低收益目标与 CVaR 之间的关系，并就结果进行了分析。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

（四）正态条件下基于 CVaR 投资组合在风险资产数量变动的灵敏度问题

本书给出了正态条件下均值－CVaR 投资组合有效边缘方程。讨论了均值－CVaR 投资组合有效边缘存在的条件，分别给出了风险资产数量减少和增加情形下的投资组合边缘影响，由此得出减少一种风险资产投资组合边缘曲线开口变小，曲线前后分离，但投资组合的最小 CVaR 风险值不一定增加。这就说明随着可选择资产数的减少，在目标收益相同的条件下，有效资产组合的风险将增加。当增加一种资产时，投资组合有效边缘开口变大，曲线前后分离，但曲线上的最小值不一定减少。

（五）CVaR 多阶段投资组合管理问题

本书首先介绍了多阶段投资组合管理问题的一般形式，详细讨论了三种常用的长期资产管理战略，即购买持有、固定混合、投资组合保险。研究了三种战略的特点，各自适用的市场环境。接着对一般形式的长期组合管理问题建立了基于均值－CVaR 的动态随机规划模型，并分析了模型中目标函数和约束条件的各种可能形式，给出了模拟情景树的向量自回归方法，讨论了求解随机规划模型的一般方法。重点研究了固定混合策略下的投资组合管理问题，详细地分析了初始时刻投资者有一笔资金，如何分配资金和后续阶段如何管理，使各个资产占总资产的比例固定，目标是在最后时刻投资组合总价值在均值－CVaR 意义下最优；通过实际数据对该模型进行实证研究，此外分析了交易费用对投资组合价值的影响。

（六）波动性的相关问题

本书分析了波动性具有尖峰厚尾、聚集性和长期记忆性等特征，影响资产波动性的长期和短期影响因素，并对波动性的各种估计模型进行了介绍，指出 GARCH 簇模型可以较好地刻画资产的波动性，接着利用分时高频数据和 GARCH，IGARCH 模型对权证市场的波动性进行实证建模研究，并分析了波动性的非对称效应，结果发现权证市场存在明显的波动集聚性，且波动的持续效应相比股票市场更长久，但只有少数权证存在杠杆效应，绝大多数权证不存在，这与股票市场波动性特征有着较大的差别。最后分别利用 GARCH 模型和 GBM 模型对中国证券市场上的股票价格序列进行参数估计，使用最小二乘蒙特卡罗模拟方法，对中国具有百慕大性质的权证进行蒙特卡罗模拟定价，研究发现 GARCH 模型下的定价效率是优于 GBM 模型下的定价效率。相对定价误差的对数与上证综合指数的

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

对数之间存在显著的长期稳定关系，中国的权证没有完全卖空机制，使套利难以实现，市场投机氛围浓厚，这也是中国权证的市场价格被严重高估的重要原因之一。相对于 GMB、GARCH 条件下的定价误差具有较强解释力。

（七）流动性的相关问题

本书对权证流动性的特征进行描述，将有利于指导权证投资者的投资策略，同时也有利于监管政策制定和执行。本书对流动性的相关概念进行了全面的梳理，分别从四个角度阐述了各种流动性指标，即宽度、深度、即时性和弹性。进一步分析指出交易量期间可以作为中国权证市场的流动性度量指标，因其能有效反映权证高频数据的微观特性。接着对流动性的度量方法进行了分析，给出了市场的流动性总是可以通过交易价格、成交数量和交易等待时间来完全描述。最后在综合比较各种流动性度量方法的基础上，设置了交易量持续期指标，通过该指标来衡量权证的流动性，并且利用实际数据实证研究中国权证市场的流动性。同时介绍了本书研究所采用的计量分析模型——ACD 簇模型，利用分笔高频数据和 ACD 模型对中国权证市场流动性开展实证建模研究。结果表明，对于中国的权证市场，ACD 模型和 SCD 模型都可以很好地模拟权证市场的流动性，交易量持续期具有持续性，权证的流动性存在明显的聚类现象；综合考虑模型估计和残差检验，Log – GACD 模型和 SCD 模型是较合适的拟合模型。

二、进一步研究的问题

经过查阅大量资料，同时通过研究，笔者认为以下几个方面有进一步研究的价值：

第一，本书重点分析了适用于单期的风险测度理论，对于多期风险测度理论，只简单分析了 Roazza（2004）的动态风险测度。由于动态风险存在的复杂性和技术上处理的困难，相关文献也较少，建立合理的动态风险测度理论体系仍然是未来研究的课题。

第二，本书研究了多阶段投资组合管理问题，把 CVaR 模型扩展到多阶段的情形，建立了该类问题的随机网络模型，这更符合证券市场实际和长期风险管理的要求。但是没有详细研究求解模型的算法，因此对于实际应用来说还有一些欠缺。同时，如果将模型应用到养老金管理、社保基金管理等方面，那么这个模型的作用就会显现出来，因此从这个方面来考虑建立相应的长期投资组合管理模型以及设计有效算法是一个很好的课题。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net



第三，对 CVaR 模型的处理，涉及主要参数的拟合，通常采用情景分析的方法来实现，但情景形式和数目关系到模型处理难度。近年来，吉小东提出基于聚类分析的多阶段的情景生成方法，还有学者提出以 Copula 理论生成情景的方法，不过相对于向量自回归方法、多元 GARCH 方法，还是复杂了许多。

三、关于权证发展的政策意见

在中国权证市场的发展过程中，出现过南航权证的创设问题、到期日爆炒现象等事件后，管理层已经停止了新权证产品的上市，目前市场上没有一支权证产品在流通，权证市场实际上已经消亡。但权证作为最基本的金融衍生产品，应该出现在证券市场上，这也说明中国证券市场远不完善。2012 年 6 月上证所表示将适时启动 ETF 及个股的期权模拟交易，预示着不久的将来将重起权证市场。针对我国目前权证市场的现状和存在的问题，也是为了将来中国权证市场能够更好地发展。基于本书对中国权证市场有关特征的研究，从以下几个方面对中国证券市场未来发展提出政策意见。

(一) 增加权证的供给

增加权证的供给，主要可以通过推出备兑权证来实现。在权证市场存在期间，上市的权证大部分来自股权分置改革的对价，而股改已经结束，大小非问题已不是主要问题。作为对冲风险最基本手段，未来的权证市场不仅有大量的股本权证，还应有大量的备兑权证，这样才能满足投资者对于权证等衍生产品的投资需求，也才有可能从本质上改观中国权证市场上的投机现象。从成熟权证市场特别是欧美市场的发行规模看，有关备兑权证的发行规模（即使香港市场）远大于股本权证的规模。在国际证券市场上，券商等大型金融机构或非金融机构发行的备兑权证所占的交易量占所有权证总交易量的 97% 以上，支配地位非常明显，它们的行为对权证的价格有很大的影响。从权证长远发展看，为完善市场制度，备兑权证才是适合权证市场的主打产品。近年来，中国权证市场上权证的价值呈现出明显的高估状况，偏离权证的实际价值，杠杆效应大，收益大，投资者乐于投机，导致风险成倍的放大。主要原因是中国市场启动初期，上市期权类品种过少，产品单一，不利于均衡市场，而投机现象严重。因此，在股改完成以后，中国市场非常有必要启动备兑权证的审核和发行工作，加大力度，满足各类投资者的市场需求。备兑权证的发行可以增加权证市场的投资种类，有助于减少权证价格泡沫，平衡市场，提高市场的定价效率，减缓市场投机气氛，使权证的估值位

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

于合理范围，从而进一步完善市场套利机制。目前，股指期货已经推出，备兑权证也将在合时的市场条件下推出。

当然，在备兑权证推出之际，监管层需要加大对发行人的监管，一是以净资本为核心的指标体系和完善的内控体系，来度量和确定适宜的发行人资格门槛，促使其完善公司治理结构，培育发行人的风险意识，保证发行人控制风险的能力；二是要采用持续性的信息披露制度，保证发行人持续性符合要求；三是发行人必须建立一套事前的风险管理策略，并定期对策略的执行情况进行持续性的报告。

（二）引入做市商制度

中国权证市场存在一定的波动聚集效应和异常情况，主要原因是过度的投机炒作。我国权证市场要求一级交易商为权证提供流动性，既能创设套利，又能注销权证。因此，如果一级交易商能积极履行义务，将有助于提高权证市场的定价效率。但是，由于权责不对等，一级交易商未能充分发挥其稳定市场的作用。因此，随着备兑权证的发行，有必要引入做市商制度，备兑权证的发行人有义务为其发行上市的权证提供买卖报价的做市活动，承担组织市场交易和维护市场稳定的义务，以提高权证的流动性及稳定性。引入做市商制度，规定发行人提供流通量的义务，以防止权证价格被操纵及异常波动，同时保证权证交易具有足够的流动性，便于投资者随时控制投资风险，防止价格操纵。做市商的作用主要包括两方面：一是引导市场合理定价；二是保障权证市场具有足够的流动性。对于权证投资者而言，权证交易不活跃，其投资利益实现的难度变大，投资风险也会随之增加。

（三）完善权证的定价机制

权证价格机制是权证交易制度的一个重要内容，不合理的定价会导致市场的剧烈波动。目前，最广泛应用的期权类定价模型仍是 B－S 期权定价模型，不过，由于我国权证市场现有的市场环境和机制，在权证发行日价格就出现不合理的波动，可能出现暴涨暴跌，权证的实际价格较大偏离理论模型计算的价格，在到期日还有可能出现权证理论价格为零的现象，一方面充分说明中国的权证市场还远不完善，另一方面也说明定价模型存在一定的问题，急需进行调整和修正，对于不同种类的权证，根据它们不同的性质，应建立有针对性的定价方式。

（四）实行部分抵押或动态对冲制度

未来的权证创设机制改革方向应该是在限定创设人门槛的基础上，动态监测

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

创设人账户，同时取消该制度中的全额担保和注销机制。在权证发行履约担保方面，逐步由100%全额抵押向部分抵押制度或者允许发行商实行动态对冲制度过渡。目前，沪深交易所在权证创设中，规定履约担保系数为100%，国外普遍采用部分抵押制度，我国香港于2001年生效的新监管规则甚至取消了发行商履约担保方面的要求。这样，发行商就可以根据组合特性进行动态对冲，节省避险成本，降低权证价格。

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

参考文献

[1] H. Markowitz. Portfolio Selection [J]. Journal of Finance, 1952 (3): 77 – 79.

[2] H. Markowitz. Portfolio: Efficient Diversification of Investments [M]. New York: John Wiley & Sons, 1959.

[3] Konno. Portfolio Optimization Using L_1 Risk Function [R]. IHSS Report 88 – 89, Inst. of Human and Social Science, Tokyo Institute of Technology, 1988 (9).

[4] Konno, Yamazaki. Piecewise Linear Risk Functions and Portfolio Optimization [J]. Journal of Operational Research Social Japan, 1991 (33): 139 – 156.

[5] Ogryczak, Ruszcznski. On Consistency of Stochastic Dominance and Mean Semideviation Model [J]. Mathematical Programming, 2001 (89): 218 – 231.

[6] Bawa. Optimal Rules for Ordering Uncertain Prospects [J]. Journal of Financial Economics, 1975 (10): 845 – 847.

[7] Harlow. Asset allocation in a Downside-risk Frenwork [J]. Financial Analysis Journal, 1991 (9): 28 – 40.

[8] Rockafellar R. T. and Uryasev. Optimization of Conditional Value-at-risk [J]. Journal of Risk, 2000 (2): 21 – 41.

[9] Rockafellar R. T. and Uryasev. Conditional Value-at-risk for General loss Distributions [J]. Journal of Banking and Finance, 2002 (26): 1443 – 1471.

[10] Renato, Pelessoni and Paolo. Coherent Risk Measures and Upper Previsions [J]. Risk and Insurance, 2002 (2): 25 – 30.

[11] Jorion. Value at Risk: The New Benchmark for Controlling Market Risk [M]. New York: McGraw-hill Companies, Inc., 1997.

[12] Stambaugh F. Risk and Value-at-risk [J]. European Management Journal, 1996 (14): 613 – 620.

[13] Lucas, Klaassen. Extreme Returns, Downside Risk and Optimal Asset Allocation [J]. Journal of Portfolio Management, 1998, 25 (1): 72 – 77.

[14] Campbell, Lo A. and Mackinlay A. C. The Econometrics of Financial Mar-

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

kets [M]. New Jersey: Princeton University Press, 1997.

[15] Basle Committee on Banking Supervision. Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks [J]. Journal of Economitrics, 1996, 52 (1): 91 -112.

[16] Artzner, Delbean, J. M. Eber and Heath. Thinking Coherently [J]. Risk, 1997, 10 (11): 68 -71.

[17] Artzner, Delbean, J. M. Eber and Heath. Coherent Measures of risk [J]. Mathematical Finance, 1999 (9): 203 -228.

[18] Embrechts, Kluppelberg . Extreme Events in Finance and Insurance [M]. Springer, 2000.

[19] Rosen, Mausser. Efficient Risk/return Fronties for Credit Risk [J]. ALGO Research Quarterly, 1999, 2 (4): 35 -39.

[20] Beder. VaR: Seductive but Dangerous [J]. Financial Analyst Journal, 1995 (10): 12 -15.

[21] Szego. Measures of Risk [J]. Journal of Banking and Finance, 2002 (26): 1254 -1270.

[22] Schied, Follmer. Convex Measures of Risk and Trading Constraints [J]. Finance and Stochastics, 2002 (6): 429 -445.

[23] Acerbi. Spectral Representations of Risk: A Coherent Representation of Subjective Risk Aversion [J]. Journal of Banking and Finance, 2002 (26): 1505 -1518.

[24] Acerbi. Tasche , On the Coherence of Expected Shortfall [J]. Journal of Banking and Finance, 2002 (26): 1487 -1503.

[25] Acerbi. Coherent Representations of Subjective Risk Aversion [M]. New York: John Wiley and Sons, 2004: 149 -205.

[26] Pflug, Uryasev. Some Remarks on the Value at Risk and the Conditional Value at Risk in Propobilistic Constrained Optimization: Methodology and Applications (ed. S. Uryasev) [M]. Klkuwer, 2001.

[27] Fishburn P. C. Mean-risk Analysis with Risk Associated below Target Returns [J]. American Economic Review, 1964 (67): 116 -126.

[28] Hanoch, Levy . The Efficiency Analsis of Choices Involving Risk [J]. Review of Economic Review, 1969 (59): 26 -32.

[29] Rothschild, StiglitZJE. Inereasing Risk: A Definition [J]. Journal of Economic Theory, 1970 (2): 223 -242.

[30] Levy. Stochastic Dominance and Expected Utility: Survey and Analysis [J]. Management Science, 1992, 38 (4): 553 -572.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

[31] Young M. R. A. Minimax Portfolio Selection Rule with Linear Programming Soluting [J]. Management Science, 1998, 44 (5): 674 – 680.

[32] Ruszczynski A., Vanderbei R. J. Frontiers of Stochastically Nondominated Portfolios [J]. Econometrica, 2003 (71): 1286 – 1289.

[33] Dentcheva, Ruszczynski. Optimization with Stochastic Dominance Constraints [J]. Journal on Optimization, 2003 (14): 548 – 550.

[34] Elton and Gruber. Modern Portfolio Theorey and Investment Analysis [M]. New York: John wiley & sons, 1995.

[35] Rochafellar. Convex analysis [M]. Princeton Mathematics, Princeton University Press, ISE Department, University of Florida, 1999.

[36] Ye Yinyu. Interior Point Algorithms: Theorey and Analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 1997.

[37] Porter and Gaumnitz. Stochastic Dominance vs Mean-variance Portfolio Analysis: an Empirical Evaluation [J]. American Economic Review, 1972 (62): 438 – 443.

[38] Rom and Ferguson. Portfolio Theory is Alive and Well: A Response [J]. Journal of Investing, Fall 1994: 52 – 55.

[39] Sharpe A. No Defferentiability of the Steady-state Function in Discrete Event Dynamic Systems [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1994 (39): 213 – 214.

[40] Konno, Suzuki. Mean-variance-skewness Optimization Model [J]. Journal of the Operations Research Society of Japan, 1995 (38): 173 – 187.

[41] Fishburn. Mean-risk Analysis with Risk Associated with Below Target Returns [J]. American Economic Review, 1977 (1): 117 – 128.

[42] Basak and Shapiro. Value at Risk Manegement: Optimal Polices and Asset Prices [J]. Review of Financial Studies, 2001 (14): 371 – 405.

[43] D. H. Ahn, Boudoukh, Richadson and Whirelaw. Optimal Risk Management Using Options [J]. Journal of Finance, 1999 (54): 359 – 375.

[44] Alexander and Baptista. Economic Implications of Using a Mean-VaR Model for Portfolio Selection: A Comparison with Mean-variance Analysis [J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2002 (26): 1159 – 1193.

[45] Hurlimann, Optimisation of the Non-life Geographical Diversification in Solvency [J]. Basel II and solvency II, 2002 (1): 30 – 31.

[46] Topaloglou, Vladimirou and Zenios. CVaR Models with Selective Hedging for International Asset Allocation [J]. Journal of Banking and Finance, 2002 (26): 1535 – 1560.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

[47] Alexander and Baptista. A Comparison of VaR and CVaR Constraints on Portfolio Selection with the Mean-variance Model [J]. Management Science, 2004, 50 (9): 1261 - 1270.

[48] Ogryczk and Mansini. Conditional Value at Risk and Related Linear Programming Models for Portfolio Optimization [J]. Annals of Operations Research, 2007, 152 (1): 230 - 245.

[49] Enrico Angelelli. A Comparison of MAD and CVaR Models with Real Features [J]. Journal of Banking & Finance, 2007, 32 (7): 1189 - 1192.

[50] Mertom. Continuous-time Finance [M]. Rev. ed, London: Basil Blackwell, 1992.

[51] Mulvey, Paining and Madey. Advantages of Multiperiod Portfolio Models [J]. Journal of Portfolio Management, 2003, 29 (2): 35 - 45.

[52] Mulvey, Sheriy. Financial Planning via Mufti-stage Stochastic Optimization [J]. Computers & Operations Research, 2004, 31 (1): 1 - 20.

[53] Klaassen. Financial Asset Pricing Theory and Stochastic Programming Models for Asset Liability Management a Synthesis [J]. Management Science, 1998, 44 (1): 32 - 45.

[54] Dupacova, Consigli, Wallace. Scenarios for Multistage Stochastic Programs [J]. Annals of Operations Research, 2000, 100: 25 - 33.

[55] Hoyland, Wallace. Generating Scenario Trees for Multistage Decision Problem [J]. Management Science, 2001, 47 (2): 295 - 307.

[56] Gulplnar, Rustem, Settergren. Simulation and Optimization Approaches to Scenario Tree Generation [J]. Journal of Economic Dynamics & Control, 2004, 28 (7): 1291 - 1315.

[57] Mulvey, Rosenbaum, Shetty. Parameter Estimation in Stochastic Scenario Generation Systems [J]. European Journal of Operational Research, 1999, 118 (4): 563 - 577.

[58] Kim. Event Tree Based Sampling [J]. Computers & Operations Research, 2006, 33 (8): 1184 - 1199.

[59] Mulvey. Applying Optimization Technology to Portfolio Management [J]. the Journal of Portfolio Management, 2004 (30).

[60] Antonio Marcos Durate, Jr. Fast Computation of Efficient Portfolio [J]. The Journal of Risk, 1999, 1 (4): 33 - 41.

[61] Chen Zhiping. Multiperiod Consumption and Portfolio Decisions under the

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

Multivariate Garch Model with Transaction Costs and CVaR-based Risk Control [J]. OR Spectrum, 2005, 27 (4): 603 -632.

[62] Artzner, Heath and Ku H. Coherent Multiperiod Risk Measurement [EB/OL]. University Louis Pasteur, 2002.

[63] Rosazza. Some Examples of Risk Measure via Expectation [J]. Working Paper, 2004.

[64] Rothschild, Stiglitz. Increasing Risk: I. a Definition [J]. Journal of Economic Theory, 1970 (2): 225 -243.

[65] John von Neumann and Oskar morgenstern. Theory of Games and Economic Behavior [M]. Princeton University Press, 2004.

[66] Robert F. Nau. A Generalization of Pratt-arrow Measure to Nonexpected-Utility Preferences and Inseparable Probability and Utility [J]. Management Science, 2003, 49 (8): 556 -558.

[67] Stone, Yates. Effects of Numerical and Graphical Displays on Professed Risk-taking Behavior [J]. Journal of Experimental Psychology: Applied, 1997 (3): 243 -256.

[68] Konno, Yamasaki. Mean-absolute Deviation Portfolio Optimization Model and it's Application to tokyo Stock Market [J]. Management Science, 1991, 37 (5): 182.

[69] Follmer, Schied. Convex Measures of Risk and Trading Constraints [J]. Finance and Stochastics, 2002 (6): 428 -446.

[70] Embrechts P. Correlation and Dependence in Risk Management: Properites and Pitfalls [M]. New York: Cambridge University Press, 2002: 180 -220.

[71] Acerbi. Coherent Representations of Subjective Risk Aversion [M]. New York: John Wiley and Sons, 2004: 149 -205.

[72] Levy, Wiener. Stochastic Dominance and Prospect Dominance with Subjective Weighting Functions [J]. Jormal of Risk and Uncertainty, 1998, 16 (2): 147 -163.

[73] Yoshiba, Yamai. Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-risk (2): Expected Utility Maximization and Tail Risk [J]. Monetary and Economic Studieds, 2001a (20): 83 -213.

[74] Yamai, Yoshiba. Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-risk: Their Estimation Error, Decomposition, and Optimization [J]. Monetary and Economic Studieds, 2001b (20): 88 -120.

[75] Pfingsten, Wolf. On the Compatibility of Value at Risk, Other Risk Con-

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

cepts and Expected Utility Maximization [J]. Forschungsbericht, 1997 – 1998.

[76] Wang, S., Young. Ordering Risk: Expected Utility versus Yaari's Dual Theory of Risk [J]. Insurance: Mathematics and Economics, 1998 (22): 145 – 146.

[77] Xue Hong, Xu Chengxian, Feng Zongxian. Mean-variance Portfolio Optimal Problem Uunder Concave Transaction Cost [J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 174 (1): 1 – 12, 326.

[78] Ye Yingyu. Interior Point Algorithms: Theorey and Analysis [M]. New York: John Wiley & Sons, 1997.

[79] Barone-adesi and Vosper. VaR without Correlations for Portfolios of Derivative Securities [J]. Journal of futures markets, 1999 (19): 585 – 601.

[80] Xue Hong-gang, Xu Cheng-xian. Portfolio's Sensitivity Analysis without Riskless Asset [J]. Mathmatica Applicata, 2002, 15 (1): 22 – 24.

[81] Black F., Scholes M. The Pricing of Options and Corporate Liabilities [J]. Journal of Political Economy, 1973, 81 (4): 637 – 659.

[82] Merton R. C. Theory of option pricing [J]. Journal of Financial and Management Science, 1976, 4 (1): 141 – 184.

[83] Hull J., White A. The Pricing of Options on Assets with Stochastic Volatility [J]. Journal of Finance, 1987 (42): 282 – 300.

[84] Kuwahara H, Marsh T. The Pricing of Japanese Equity Warrants [J]. Management Science, 1992 (38): 1610 – 1640.

[85] Keyne J. M. The General Theory of Employment, Interest and Money [M]. New York: Harcourt, Brace and Company, 1936.

[86] Harris L., Hasbrouck. Market vs Limit Orders: The Super DOT Evidence on Order Submission Strategyv [J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 1996 (31).

[87] Harris L. Optimal Order Submission Strategies in Some Stylized Trading Problems, Financial Markets, Institutions and Instruments, 1998.

[88] Dubofsky David A. and John C. Exchange Listing and Stock Liquidity [J]. Journal of Financial Research, 1984, 7 (4).

[89] Martin P. Analysis of the Impact of Competitive Rates on the Liquidity of NYSE Stocks [J]. Economic Staff Paper 75 – 3, Securities and Exchange Commission, July 1975.

[90] Bauwen L., Verdas D. The Stochastic Conditional Duration Model: A Latent Factor Model for the Analysis of Financial Durations [J]. Journal of Econometrics,

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

2004, 119 (2): 381 - 342.

[91] Bauwen L., Gioy P. The Logarithmic ACD Model: An Application to the Bid - ask Quote Process of Three NYSE Stockes [J]. Annales Estimators de Statistique, 2000, 60 (1): 117 - 150.

[92] Zhang M. Y., Russel J. R., Tsay R. S. A Nonlinear Autoregressive Conditional Duration Model with Applications to Financial Transaction data [J]. Journal of Econometrics, 2001, 104: 179 - 207.

[93] 朱书尚，李端．论投资组合与金融优化 [J]．管理科学学报，2004，7 (6): 2 - 5.

[94] 刘俊山．基于风险测度理论的 VaR 与 CVaR 的比较研究 [J]．数量经济技术经济研究，2007 (3): 125 - 128.

[95] 刘志东，宋斌．资产组合选择问题的一致性研究 [J]．现代管理科学，2006 (2): 34 - 36.

[96] 徐永春，高岳林．一致性风险测度下的 VaR 和 CVaR 对比研究 [J]．统计与决策，2009 (6): 28 - 31.

[97] 薛宏刚．金融市场风险管理的定量化研究 [D]．西安交通大学博士学位论文，2007，15: 20 - 23.

[98] 高全胜．金融风险计量理论前沿与应用 [J]．国际金融研究，2004 (9): 71 - 75.

[99] 高全胜．金融市场风险计量与优化 [J]．武汉工业学院学报，2004，23 (3): 82 - 84.

[100] 王爱民，何信．金融风险统计量标准研究 [J]．统计研究，2005 (2): 67 - 69.

[101] 许鑫慧．风险测度的一致性理论分析 [D]．浙江大学硕士学位论文，2005: 20 - 23.

[102] 张晓蓉．VaR-ES 与一致行风险度量 [J]．上海管理科学，2006 (4): 78 - 79.

[103] 刘志东．Downside - risk 风险度量方法研究 [J]．统计与决策，2006 (12): 26 - 28.

[104] 文平．基于半范数的风险测度 [J]．数学的实践与认识，2006 (3): 275 - 277.

[105] 刘俊山．基于风险测度理论的证券投资组合优化研究 [D]．复旦大学博士学位论文，2007.

[106] 胡德锟，董钢．相对风险价值——一种新的一致风险度量 [J]．北京

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

大学学报（自然科学版），2006，42（5）：598－560.

［107］何信，张世英．动态一致性风险度量［J］．系统工程理论方法应用，2003，12（3）：243－246.

［108］安实，孙健．基于时间持续性的动态风险度量模型［J］．系统管理学报，2007，16（5）：518－521.

［109］高飞，赵振全．随机控制理论与风险度量［J］．数量经济技术经济研究，2002（6）：72－75.

［110］唐爱国，秦婉顺．广义随机占优单调一致风险测度和 $ES^{(n)}$——一种新的风险测度概念和指标［J］．金融研究，2003（4）：84－87.

［111］舒建平．证券风险度量及其在中国股市投资价值分析中的应用［D］．西南交通大学博士学位论文，2006.

［112］王志诚，周春生．金融风险管理研究进展：国际文献研究综述［J］．管理世界，2006（6）：158－161.

［113］唐小我，马永开．现代组合预测和组合投资决策方法及应用［M］．北京：科学出版社，2003.

［114］徐成贤，袁晓玲．优化金融学［M］．北京：科学出版社，2003.

［115］徐成贤，薛宏刚．金融工程——计算技术与方法［M］．北京：科学出版社，2007.

［116］刘小茂，李楚霖．风险资产组合的均值—CVaR 有效前沿（Ⅰ）［J］．管理工程学报，2004，17（1）：29－30.

［117］刘小茂，李楚霖．风险资产组合的均值—CVaR 有效前沿（Ⅱ）［J］．管理工程学报，2005，19（1）：1－3.

［118］刘小茂，杜红军．金融资产的 VaR 和 CVaR 风险的优良估计［J］．中国管理科学，2006，14（5）：2－4.

［119］刘小茂，马林．有交易成本的均值—CVaR 有效前沿［J］．系统工程学报，2008，23（3）：363－365.

［120］张金清．非理性条件下的风险偏好与投资选择研究［J］．管理评论，2004（12）：12－14.

［121］高全胜，李选举．基于 CVaR 的投资组合对资产变化的敏感性分析［J］．数量经济技术经济研究，2005（6）：89－92.

［122］荣喜民，武丹丹．基于均值—VaR 的投资组合最优化［J］．数理统计与管理，2005，25（5）：96－98.

［123］秦旭．利用期权进行套期保值的均值—VaR 模型［J］．天津大学学报（社会科学版），2006，8（6）：417－419.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

[124] 杨楠，邢力聪．基于 VaR 的房地产投资组合模型设计与应用 [J]．数理统计与管理，2007，26（9）：859－862.

[125] 李宏杰．机会约束下的含有资本结构因子和交易成本的均值—VaR 投资组合模型 [J]．中国管理科学，2008，16（3）：32－35.

[126] 陈金龙，张维．CVaR 与投资组合优化统一模型 [J]．系统工程理论方法应用，2002（3）：69－70.

[127] 李选举，高全胜．交易费用和 CVaR 风险测度下的稳健投资组合 [J]．数量经济技术经济研究，2004（8）：41－43.

[128] 黄向阳，陈学华，杨辉耀．基于条件风险价值的投资组合优化模型 [J]．西南交通大学学报（自然科学版），2004，24（2）：35－37.

[129] 王树娟，黄渝祥．基于 GARCH－CVaR 模型的我国股票市场风险分析 [J]．同济大学学报（自然科学版），2005，33（2）：78－81.

[130] 潘霖，李子奈．非线性 Mean-CVaR 框架下的资产和破产风险管理 [J]．清华大学学报（自然科学版），2005，45（12）：1701－1706.

[131] 刘志东．基于 Copula-GARCH-EVT 的资产组合选择模型及其混合遗传算法 [J]．系统工程理论方法应用，2006，15（2）：152－157.

[132] 田新民，黄海平．基于条件 VaR（CVaR）的投资组合优化模型及比较研究 [J]．数学的实践与认识，2004，34（7）：40－45.

[133] 李婷，张卫国．风险资产组合均值—CVaR 模型的算法分析 [J]．安徽大学学报（自然科学版），2006，30（6）：5－6.

[134] 曹静，秦超英．均值—CVaR 模型下的两基金分离定理 [J]．系统工程学报，2006，21（2）：35－38.

[135] 陈剑利．CVaR 风险度量模型在投资组合中的运用 [J]．运筹与管理，2004，13（2）：15－18.

[136] 方毅，张歧山．CVaR 在金融工具复制上的应用 [J]．系统工程理论与实践，2004（8）：35－37.

[137] 方毅，张歧山．CVaR、VaR 应用在 RAROC 的比较研究 [J]．数理统计与管理，2007，26（1）：75－77.

[138] 文凤华．基于风险价值的投资决策分析 [J]．湖南大学学报（自然科学版），2005（6）：24－26.

[139] 汪贵浦．Harlow 下偏矩证券组合优化模型的求解方法研究 [J]．系统工程理论与实践，2003（6）：65－67.

[140] 沈春芳．一个改进的 Harlow 下偏矩证券组合优化模型 [J]．统计与决策，2006（4）：21－23.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

［141］邓勇．下偏矩方法在行为投资组合优化中的应用［J］．系统工程，2008（7）：104－106.

［142］万上海．基于改进的 Fishburn 测度的一致性风险度量［J］．数学的实践与认识，2006，38（21）：35－37.

［143］张维，王平．均值—下偏距（M-LPM）组合优化下的两基金分离定理［J］．西安电子科技大学学报（社会科学版），2008，18（2）：41－43.

［144］徐绪松．基于不同风险度量的投资组合模型的实证比较［J］．武汉大学学报（理学版），2005，50（3）：312－315.

［145］胡支军．一个推广的半绝对离差证券组合投资组合模型［J］．系统工程，2005，22（3）：58－60.

［146］张乾宇．摩擦市场投资组合选择的极大极小方法［J］．上海理工大学学报，2006，28（1）：28－31.

［147］吉小东．中国养老基金动态资产负债管理的优化模型与分析［J］．系统工程理论与实践，2005（8）：51－55.

［148］许其发，蒋翠侠．动态风险度量与组合投资选择［J］．山西财经大学学报，2007，30（5）：95－98.

［149］李仲飞，姚京．安全第一准则下的动态资产组合选择［J］．系统工程理论与实践，2004（1）：43－45.

［150］李朋．投资组合保险管理研究［J］．管理学报，2005（6）：732－734.

［151］郭福华．动态半绝对离差投资组合选择模型［J］．系统工程，2006，24（9）：70－72.

［152］郭福华，吴健雄．机会约束下的均值—VaR 投资组合模型研究［J］．中国管理科学，2005，12（1）：29－33.

［153］王秀国．基于 CaR 风险约束的动态投资组合模型［J］．数学的实践与认识，2007（11）：86－87.

［154］孟志青．基于动态 CVaR 模型的房地产组合投资的风险度量与控制策略［J］．系统工程理论与实践，2007（9）：72－73.

［155］Philippe Jorion 著．张陶伟，彭永江译．金融风险管理师手册［M］．北京：中国人民大学出版社，2004.

［156］薛宏刚，徐成贤．金融风险管理的 VaR 方法及实证分析［J］．工程数学学报，2004，21（6）：58－62.

［157］徐永春，甘斌．VaR 的不同计算方法研究［J］．统计与决策，2008（12）：147－149.

［158］张昇平．风险测度一致性的拓展研究［D］．上海交通大学博士学位

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

论文，2007.

[159] 徐永春，高岳林．一致性风险测度下的 VaR 和 CVaR 对比研究 [J]．统计与决策，2009 (6)：29－31.

[160] 唐爱国．广义随机占优理论——群体决策、收入分配与风险管理 [M]．北京：北京大学出版社，2005.

[161] 薛宏刚．投资组合 VaR 的计算与考虑交易费用的投资组合最优选择 [D]．西安交通大学博士学位论文，2005.

[162] 侯为波，徐成贤．证券数目减少情形下 M-V 证券组合特征灵敏度分析 [J]．应用数学，2000 (1)：50－53.

[163] 徐永春，甘斌．资产数量减少情形下 CVaR 投资组合特征灵敏度分析 [J]．统计与决策，2008 (14)：13－15.

[164] James L Farrell 著．投资组合管理理论及应用（第 2 版） [M]．齐寅峰译．北京：机械工业出版社，2000.

[165] Johnston and Dinardo 著．计量经济学方法（第 4 版）[M]．唐齐鸣译．北京：中国经济出版社，2002.

[166] 凌士勒．基于最优增长路径的多期投资组合选择及其动态调整研究 [D]．华中科技大学博士学位论文，2006.

[167] 郭冰．我国证券投资收益率波动性特征的实证研究 [D]．同济大学博士学位论文，2005.

[168] 王欣欣．基于“已实现”波动率的上证综指收益波动性实证研究 [J]．东北大学学报，2008 (8)：10－12.

[169] 余素红．SV 模型与 GARCH 模型的实证比较 [D]．天津大学博士学位论文，2006.

[170] 马文杰．期权成交量、交易差价对波动率微笑的影响——基于 GARCH 期权定价模型的实证研究 [J]．金融理论与实践，2007 (10)：10－15.

[171] 汪来喜，丁日佳．基于 GARCH 模型的股票期权定价方法研究 [J]．金融理论与实践，2008 (2)：85－87.

[172] 潘涛，邢铁英．中国权证定价方法的研究：基于经典 B-S 模型及 GARCH 修正模型比较的分析框架 [J]．世界经济，2007 (6)：75－79.

[173] 肖炜麟，张卫国，徐维军．股本权证发行后的定价与模型求解 [J]．系统工程，2010，27 (5)：61－63.

[174] 王鹏，魏宇，王建琼．基于多分形波动率测度的权证定价方法研究 [J]．管理科学，2010，22 (2)：106－109.

[175] Schwarz. 新帕尔格雷夫货币金融大辞典（第 2 卷） [M]．经济科学出

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

版社，645－647，"Market Liquidity"条目，1992.

[176] 张勤．我国国债市场流动性研究［D］．西南财经大学博士学位论文，2008.

[177] 杨朝军等．证券市场流动性综合指标研究［J］．上海交通大学学报，2008，10（2）：45－49.

[178] 李竹渝，鲁万波，龚金国．经济、金融计量学中非参数估计技术［M］．北京：科学出版社，2007.

[179] 王建彪．超高频金融时间序列长记忆建模研究［D］．东南大学博士学位论文，2010.

[180] 补冯林等．基于超高频数据的股票流动性度量研究［J］．统计与决策，2005（2）：24～26.

全国最低交易手续费免费办理国内正规商品股指原油期货开户 零佣金 不限资金量和交易量直接申请交易所手续费
任何地方费用比我们低 10倍赔偿差价 客服微信/QQ：958218088 期货开户和书籍下载请进:http://www.7help.net

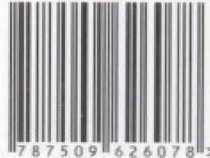


经济管理学术文库·金融类

本书针对金融风险度量方法和相关的投资组合选择以及金融衍生品风险管理问题进行了全面的理论分析与实证研究。全书分为两大部分：第一部分主要阐述投资组合风险度量指标和模型的选取以及关于CVaR单期和多期的最优投资组合选择问题。在一致性风险测度理论和随机占优理论下，对方差、绝对平均偏差、下偏距、VaR、CVaR等风险度量指标做系统的分析，得出了CVaR是最优的风险度量指标，以此构建投资组合选择模型，验证其有效性。第二部分主要阐述以权证为研究对象的金融衍生品的风险管理问题。从微观的视角，对权证的波动性、定价和流动性展开理论探索和实证研究，针对权证面临的微观风险，提出相应风险控制策略。

本书适合从事金融工程、实证分析的研究人员与从事金融风险控制、管理以及金融衍生品开发人员阅读，也可作为金融工程、金融数学、计算数学、应用数学等专业的高年级本科生、研究生和教师的教学和科研参考书。

建议上架类别：金融


ISBN 978-7-5096-2607-8

经济管理出版社网址：www.E-mp.com.cn
责任编辑：杜　菲
装帧设计：杨丰瑜

定价：45.00元